



İki aşamalı insansız hava aracı destekli topla-dağıt rotalama problemi Two-stage Unmanned Aerial Vehicle (UAV) assisted pickup and delivery routing problem

Tolga Gedikli^{1*}, İsmail Karaoglan²

¹Emin Evim Tasarruf Finansmanı Anonim Şirketi, İstanbul, Türkiye.

e198130002002@ktun.edu.tr

²Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Konya Teknik Üniversitesi, Konya, Türkiye.

ikaraoglan@ktun.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 13.08.2024

Düzeltilme Tarihi/Revision: 29.06.2025

doi: 10.5505/pajes.2025.22378

Kabul Tarihi/Accepted: 02.07.2025

Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Son dönemlerde insansız hava araçları (İHA) teknolojisinin lojistik süreçlerde kullanıma potansiyeli ve bu alanda yaşanan hızlı gelişmeler, İHA destekli rotalama problemlerini akademik ve endüstriyel açıdan önemli bir araştırma konusu haline getirmiştir. Bu makalede, iki aşamalı İHA destekli rotalama problemi ele alınmıştır. Bu problemde, toplam çalışma süresini en küçükleyecek şekilde, kendisine yüklenen ürünler ve İHA'lar ile depodan hareket eden bir kara aracının hangi mobil depolara uğrayacağı ve bu mobil depolardan serbest bırakılan İHA'lar aracılığıyla hangi müşterilere hizmet verileceği belirlenmektedir. Bu çalışmada iki farklı durum ele alınmıştır. Birinci durumda, müşterilerin sadece dağıtım müşterisi olduğu ve İHA'ların mobil depolarda bir veya birkaç kez kullanılabildiği iki varyasyon ele alınmıştır. Bu problemler için karma tamsayılı doğrusal programlama modelleri geliştirilmiş ve geliştirilen modellerin literatürde var olan modellerden daha kısa sürede optimum çözüme ulaştığı deneysel olarak kanıtlanmıştır. İkinci durumda ise müşterilerin ya dağıtım ya da toplama müşterisi olabildiği İki Aşamalı İnsansız Hava Aracı Destekli Topla-Dağıt Rotalama Problemi (2A-İTDRP) isimli yeni bir problem tanımlanmıştır. 2A-İTDRP için bir İHA'nın bir mobil depodan bir veya birkaç kez kullanılabildiği iki varyasyon ele alınmış ve çözümü için karma tamsayılı doğrusal programlama modelleri önerilmiştir. Modeller, GAMS/CPLEX çözücüsü kullanılarak çözülmüş, önerilen matematiksel modellerin deneysel çalışmaları gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar ayrıntılı olarak raporlanmıştır.

Anahtar kelimeler: İHA Rotalama, araç rotalama, matematiksel modelleme

Abstract

Recently, the potential of using unmanned aerial vehicles (UAVs) technology in logistics processes and the rapid developments in this field have made UAV-assisted routing problems an important focus. In this paper, a two-stage UAV-assisted routing problem is considered. In this problem, to minimize the completion time, a truck moving from a depot with loaded products and UAVs will determine which mobile depots to visit and which customers will be served by the UAV released from these mobile depots. In this study, two different cases are considered. In the first case, two variations are considered, where the customers are only delivery customers, and the UAVs can be used once or several times at the mobile depots. Mixed integer linear programming models are developed for these problems, and it is experimentally proven that the developed models reach the optimum solution in less time than the existing models in the literature. In the second case, a new problem called the "Two-Stage Unmanned Aerial Vehicle Assisted Pickup and Delivery Routing Problem" (2S-UAV-PDRP) is introduced where customers can be either pickup or delivery customers. For the 2A-ITDRP, two variations where a UAV can be used once or several times from a mobile depot are considered, and mixed integer linear programming models are proposed for its solution. The models are solved using the GAMS/CPLEX solver, experimental studies of the proposed mathematical models are performed, and the results are reported in detail.

Keywords: UAV Routing, vehicle routing, mathematical modeling

1 Giriş

İnsansız Hava Araçları (İHA), geleneksel araçlara göre yüksek seyahat hızı, fiziksel yol altyapısına ihtiyaç duymaması, seyahatin doğrudan olması ve trafiğe maruz kalmaması gibi çeşitli avantajlar sağladığından gelecekte yaygın olarak kullanılacak bir ulaşım aracı olarak kabul edilmektedir [1]. Artan şehirleşme, nüfus yoğunluğu ve trafik sıkışıklıklarının yanı sıra doğrudan e-ticaret teslimatlarındaki hızlı büyüme nedeniyle, İHA destekli teslimatın avantajları özellikle kentsel alanlarda belirgin bir şekilde ön plana çıkmaktadır. Elde edilen zaman ve maliyet tasarrufu, ticari lojistik sistemlerinde hem şirketlere hem de müşterilere önemli faydalar sağlamaktadır. İHA'ların yakın gelecekte önemli bir teslimat şekli haline gelmesi beklendiğinden, bu alanda akademik araştırma ve endüstriyel uygulama arasında yakın ve hedef odaklı bir uyum sağlamak gerekmektedir [1, 2].

İHA'ların özellikle "son kilometre (last mile)" paket teslimatı için kullanılması, lojistik sektörünün yapısını da değiştirmeyi vaat etmektedir [3]. İHA ile taşımacılık, zaman ve maliyet açısından önemli avantajlar sunmaktadır. Ancak batarya kapasitesi gibi operasyonel kısıtlamalar nedeniyle, İHA'ların son kilometre paket teslimatlarında etkin bir biçimde kullanılabilmesi için, bu araçların müşterilere yakın konumlandırılmış dağıtım merkezlerinden operasyonlarını yürütmeleri gerekmektedir. Bu durum, mevcut dağıtım merkezlerinin yoğun nüfuslu kentsel alanların yakınına taşınmasını veya yeni dağıtım merkezlerinin inşa edilmesini gerektirmektedir. Ancak bu tür bir strateji, firmaların yüksek kurulum ve işletme maliyetlerine katlanmalarına neden olmaktadır. Ayrıca, son kilometre teslimatında hizmet verilecek müşterilerin konumları günden güne değişkenlik gösterebilmektedir. Dağıtım merkezinin sabit bir noktada

*Yazışılan yazar/Corresponding author

konumlandırılıp buradan teslimat yapılması, teslimat sürelerinin ve maliyetlerinin artmasına yol açmaktadır.

Bu çalışmada, yukarıda ifade edilen dezavantajların ortadan kaldırılması için mobil depo noktaları üzerinden İHA destekli son kilometre teslimatı ağ yapısı ele alınmıştır. Bu yapıda müşterilere teslim edilecek ürünlerin bulunduğu depodan (ana depo) yüksek kapasiteli bir kara aracı (kamyon, kamyonet vb.), kendine yüklenen ürünler ve İHA'lar ile şehir içerisinde belirlenecek geçici durak noktalarına (mobil depo) hareket etmektedirler. Mobil depolar kara araçlarının geçici olarak bekleyebileceği alışveriş merkezlerinin park alanları, boş araziler, kamyon garajları vb. olabilir. Müşterilerin iki tip talebi bulunmaktadır, bunlar dağıtım ve toplama talebidir. Dağıtım talebi ana depodan müşteriye taşınacak, toplama talebi ise müşteriden ana depoya taşınacak ürünü temsil etmektedir. Müşteri talepleri mobil depoya ulaşan kara aracındaki İHA'lar yardımıyla taşınmakta ve İHA'lar taşıma işlemini gerçekleştirdikten sonra tekrar kara araçlarına dönüş yapmaktadırlar. İlgili mobil depodan gerçekleştirilecek teslimatlar tamamlandıktan sonra kara araçları sıradaki mobil depoya hareket etmekte ve aynı işlemleri burada da gerçekleştirerek gün sonunda ana depoya dönüş sağlamaktadırlar. Böylece, dağıtım merkezi kurulum ve işletme maliyetlerinde önemli ölçüde tasarruf sağlarken, müşteri konumlarındaki değişkenlikten kaynaklı problemlerin önlenmesine de katkı sunacaktır.

Önerilen ağ yapısında, alternatif mobil depolardan hangilerinin seçileceği, aracın bu mobil depolar arasında hangi rota üzerinden hareket edeceği, hangi müşterinin hangi mobil depodan, hangi rota üzerinde hizmet göreceğinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu problemin en temel hali Vu vd. [4] tarafından ele alınmış ve yapısı gereği İki Aşamalı İnsansız Hava Aracı Destekli Rotalama Problemi (2A-İRP) olarak adlandırılmıştır. Bu çalışmada ele alınan problem kapsamında, ana depodan önceden belirlenmiş alternatif bölgelere hareket eden ve mobil depo işlevi gören yüksek kapasiteli bir kara aracı kullanılmaktadır. Söz konusu problemde, bir İHA filosunun bu kara aracından havalanarak her bir uçuşta ya bir müşteriye (dağıtım veya toplama) ya da iki müşteriye (bir dağıtım ve bir toplama müşterisi) hizmet vermesi ve ardından pil değişimi ve/veya paket yükleme veya boşaltma amacıyla aynı kara aracına geri dönmeye izin veren ve gelecekte lojistik sektörüne önemli katkılar sağlayacağı düşünülen bir lojistik modeli incelenecektir. Bundan sonra İki Aşamalı İnsansız Hava Aracı Destekli Topla-Dağıtım Rotalama Problemi (2A-İTDRP) olarak adlandırılacak olan bu taşımacılık yapısı iki teslimat aşamasından oluşmaktadır. Birinci aşamada, müşterilere hizmet vermek için ana depodan yola çıkan yüksek kapasiteli kara aracı, mobil depo olarak işlev göreceği alternatif bölgelerden birine ulaşacak ve dağıtım ve/veya toplama işlemleri bitene kadar bu bölgede bekleyecektir. İkinci aşamada ise, araçtan kalkan İHA'lar ile müşteri konumlarına paket dağıtım ve/veya toplama işlemleri gerçekleştirilecek, ardından İHA'lar yeniden kara aracına dönecektir. Yüksek kapasiteli araç ise mobil depolarda İHA'ları bekleyecek ve tüm müşterilere toplama/dağıtım işlemi tamamladıktan sonra ana depoya dönüş sağlanacaktır.

Bu çalışmanın amacı ve literatüre sağladığı temel katkılar aşağıda sunulmuştur.

- 1) Bu çalışmada literatüre ilk katkı olarak 2A-İTDRP ve değişik varyasyonları ilk kez ele alınmış, tanımlanmış ve çözüm için karma tamsayılı matematiksel modeller önerilmiştir.
- 2) 2A-İTDRP yapı olarak Vu vd. [4] tarafından ele alınan 2A-İRP'ye benzerlik göstermektedir. Ancak 2A-İRP için önerilen matematiksel modelin etkin olmaması, bu alanda

daha etkin bir model geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir. Bu nedenle, literatüre ikinci katkı olarak, 2A-İRP için daha kısa sürelerde optimal çözümler üreten bir matematiksel model önerilmiş ve deneysel olarak Vu vd. [4] tarafından üretilen tüm test örnekleri için oldukça kısa sürelerde optimal çözümlere ulaşılmıştır.

- 3) 2A-İRP için önerilen matematiksel modeller temel alınarak 2A-İTDRP varyasyonlarının çözümü için matematiksel modeller önerilmiştir. Bu modellerin etkinliği Vu vd. [4] tarafından literatüre sunulan test örneklerinin 2A-İTDRP'ye uyarlanması ile üretilen örnekler üzerinde test edilmiştir. Sonuç olarak, tüm test örnekleri için oldukça kısa sürelerde optimal çözümler elde edilmiştir.
- 4) Literatüre son katkı olarak, çalışmada özgün test verileri tanımlanmış ve 2A-İTDRP için geliştirilen modeller bu yeni veriler üzerinde performansları test edilmiştir.

Çalışmanın içeriği şu şekilde yapılandırılmıştır: İkinci bölümde, 2A-İTDRP ile ilgili literatürdeki temel eserler incelenmiştir. Üçüncü bölümde, problem tanımı ve geliştirilen karma tamsayılı doğrusal matematiksel modeller ayrıntılı olarak sunulmuştur. Dördüncü bölüm, deneysel çalışmalar ve bu çalışmaların kapsamlı analizlerine ayrılmıştır. Son olarak, beşinci bölümde, çalışmanın sonuçları özetlenmiş ve gelecekteki araştırmalar için önerilerde bulunulmuştur.

2 Literatür araştırması

İHA destekli rotalama problemleri oldukça yeni ve güncel bir konu olarak literatürdeki yerini almıştır. Bu kapsamda çeşitli literatür tarama çalışmaları yapılmıştır [1, 2, 5-8]. Konuya yönelik artan araştırma sayısı, pratik uygulamalara duyulan sürekli ve artan ilgiyi yansıtmaktadır. Bu çalışmalardan bazıları, ele alınan taşımacılık yapılarını farklı kategoriler altında sınıflandırmışlardır [1, 2, 8]. Buna göre, İHA destekli rotalama problemi için yapılan temel sınıflandırmada aşağıdaki taşımacılık modelleri ortaya konmuştur.

- yalnızca İHA'ların kullanıldığı Direk Taşımacılık Modelleri,
- senkronizasyon olmaksızın kara araçları ve İHA'ların birlikte görev aldığı Asenkron Modeller,
- kara araçları ve İHA'lar arasında senkronizasyonun bulunduğu Senkron Modeller,
- birincil aracın sınırlı kapasitesi nedeniyle, destekleyici araçların görev aldığı Beslemeli Modeller.

Ayrıca aynı çalışmalarda İHA tabanlı rotalama yapılarını ayırt etmek üzere destekleyici araç sayısı, bu araçların kapasite ve durak sayıları, birincil araç sayısı ile bunların kapasite ve durak sayıları, depo sayısı ve birincil araçların depolar veya destekleyici araçlar arasında paylaşılıp paylaşılmadığına ilişkin altı temel faktör ortaya konmuştur.

İHA destekli rotalama problemleri alanındaki öncü çalışmalardan biri olan Murray ve Chu [3] Uçan Yardımcı Gezgin Satıcı Problemi (*the flying sidekick traveling salesman problem-FSTSP*) ve Paralel İHA Çizelgeleme Gezgin Satıcı Problemi (*parallel drone scheduling traveling salesman problem-PDSTSP*) olmak üzere iki yeni problem tanımlamışlardır. FSTSP, bir İHA ve bir kara aracının birlikte senkronize hareket ettiği dağıtım problemidir. Bu problem, kara aracı ve İHA eş zamanlı olarak hareket eden, birleşme ve ayrılma noktalarının müşteri konumları olduğu, rota başına birden fazla durakta durabilen ve kapasitesinin sonsuz olduğu tek kara aracı ve rota başına bir durakta durabilen, kapasiteli ve tek İHA'lı olarak kabul edilmiştir. Bu problemde amaç toplam tur uzunluğunun en küçüklenmesi olarak kabul edilmiş ve problemin çözümü için hem bir matematiksel model hem de bir sezgisel yöntem geliştirilmiştir [3]. Carlsson ve Song [9]

yaptıkları çalışmada tek bir kara aracı ve bir İHA kullanımıyla verimlilikteki iyileşmenin, kara aracı ve İHA'nın hızları oranının karekökü ile orantılı olduğu sonucuna varılmışlardır. Ha vd. [10] İHA destekli gezgin satıcı probleminin (İHA-GSP) yeni bir varyantını ele aldıkları çalışmalarında toplam nakliye maliyeti dahil olmak üzere işletme maliyetlerini ve bir aracın değerini beklemesi gereken zaman kaybindan kaynaklanan maliyeti en aza indirmeyi amaçlamışlardır. Tu vd. [11] birden fazla İHA ile İHA-GSP'nin yeni bir varyasyonunu önermişlerdir. Salama ve Srinivas [12], bir kara aracı ve bir İHA filosunu dikkate aldıkları çalışmalarında, müşteri kümeleme ile kara aracı ve İHA rotalarının tamamlanma sürelerini birlikte optimize etmeyi amaçlayan matematiksel modeller geliştirmiştir. Çalışma k-ortalama yöntemini ile müşteriler kümelenebilir ve merkezi noktaları belirlenmiş, ardından bir kara aracının bu noktaları ziyaret ettiği standart bir gezgin satıcı problemi (GSP) modeli kullanarak en uygun kara aracı rotasını bulmayı amaçlamıştır. Moshref-Javadi vd. [13] müşteri bekleme sürelerini en aza indirmek amacıyla aynı yerden birden fazla İHA'nın fırlatılabilirliği ancak geri dönmelerinin beklenmediği bir model önermişlerdir. Buna karşılık Moshref-Javadi, Lee, vd. [14] kara aracının rotasına devam edebilmesi için fırlattığı tüm İHA'ların geri dönüşünü beklemek zorunda olduğu yeni bir varyasyon tanıtmışlardır.

Bu çalışmada ele alınan 2A-İRP kara araçlarının mobil depo gibi davranıp İHA'ların teslimat gerçekleştirdiği FSTSP ile bazı benzerlikler göstermektedir. Ancak FSTSP de mevcut olan tüm noktalar (müşteriler ve depolar) ziyaret edilmek zorunda olduğundan FSTSP'de depo yer seçimi kararı yoktur. 2A-İRP'de ise alternatif mobil depolar arasından müşteri konumlarına göre yer seçimi ve müşterilerin bu mobil depolara atanma kararları bulunmaktadır.

Murray ve Chu [3] tarafından önerilen diğer bir benzer problem olan PDSTSP ise bir kara aracı ile bir İHA filosunun senkronize olmadan bir depodan müşterilere hareket ettiği dağıtım problemleridir. Bu modelin varsayımları ise; kara aracı ve İHA asenkron hareket eden, hangi müşterilerin hangi araç ile ziyaret edebileceği önceden bilinen, rota başına birden fazla durakta durabilen ve kapasitesinin sonsuz olduğu, sınırlı sayıda İHA'lı ve tek depolu olmasıdır. Bu problemde en küçük tur uzunluğu amaç fonksiyonu olarak ele alınmış ve problem için matematiksel model geliştirilmiştir. Bu problemde menzile dışında kalan veya İHA taşıma kapasitesi üstünde paketi olan müşterilere kara araçları ile, diğer müşterilere ise ya kara aracı ya da İHA ile hizmet verilmektedir. Nguyen vd. [15] yaptıkları çalışmalarında PDSTSP problemini İHA filosuna ek olarak homojen bir kara aracı filosu kullanarak genişletmişlerdir. Paralel İHA çizelgeleme araç rotalama problemi (*parallel drone scheduling vehicle routing problem-PDSVRP*) olarak adlandırdıkları problemde müşteriler mevcut bir depodan hem kara aracı filosu ile hem de İHA filosu ile hizmet görebilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan 2A-İRP'nin ikinci aşaması ile PDSTSP ve PDSVRP modelleri bir depodan İHA ve kara araçlarıyla teslimat yapmak konusunda benzerlikler içermektedir. Ancak önerdiğimiz ağ yapısı, PDSVTSP ve PDSVRP problemlerinde olduğu gibi tek bir deponun kullanımından ziyade birden fazla mobil deponun kullanımını içermesi; ilk aşamada mobil depolar için yer seçimi kararlarının verilmesini gerektirmesi; kara araçlarının bu seçim kararlarına bağlı olarak birden fazla mobil depo arasında hareket edebilmesi ve farklı müşterilere farklı mobil depolardan hizmet sunulabilmesi yönüyle farklılık göstermektedir.

FSTSP müşteri konumlarının uzak olduğu durumlarda ciddi avantaj sağlarken, PDSTSP ise müşteri konumlarının yakın

olduğu durumlarda avantaj sağlamaktadır [3]. Müşteri konumlarına göre ilk aşamada mobil depoların yer seçiminin yapıldığı ikinci aşamada ise müşterilere dağıtımın gerçekleştirildiği iki aşamalı yapı FSTSP ve PDSTSP'nin avantajlarını aynı anda kullanabilmemize olanak sağlamaktadır. Böylece 2A-İRP dağıtım yapısı ile müşteri konumlarının farklılaşmasının çözüm üzerindeki etkisinin azaltılabileceği öngörülmektedir.

Wang vd. [16] tarafından tanıtılan İHA-ARP, filonun birkaç kara aracından ve bir veya daha fazla İHA'dan oluştuğu İHA-GSP'nin bir genellemesidir. İHA bataryasının dikkate alınması [16], İHA'ların bir kara aracından fırlatılıp başka bir kara aracına dönebilmesi [17], İHA'ların iki müşteri arasında herhangi bir noktadan (yol üzerinden) fırlatılıp alınabilmesi [17] gibi özellikleri ele alan çalışmalar da literatürde mevcuttur.

Bu çalışmada ele alınan iki aşamalı rotalama problemi, ilk aşamada sadece taşıyıcı araç kullanması ve bu aracın mobil depo olarak davranması bakımından, İHA ile taşıyıcı araç problemine benzerlik göstermektedir. Ancak İHA ile taşıyıcı araç problemlerinde taşıyıcı araçlar sadece İHA'lar için depo ve şarj istasyonu görevi görürken, İHA'ların doğrudan müşterilere hizmet vermesi esas alınmaktadır. Bu yönüyle ele alınan problem, FSTSP'nin kara araçlarının dağıtım gerçekleştirmede bir uzantısı olarak değerlendirilebilir. Bu çalışmanın İHA ile taşıyıcı araç probleminden temel farkı, ilk aşamada taşıyıcı aracın teslimat yapmaması ve taşıyıcı aracın yer seçimi kararının ilk aşamada verilmesidir.

Gonzalez-R vd. [18] tarafından yapılan çalışma dışındaki çalışmalarda bir İHA'nın tek bir teslimat yapabilmektedir. Çok az sayıda çalışma haricinde İHA kapasitesini dikkate almadığını, ancak tüm müşterilere İHA'ların hizmet verebileceğini varsayılmıştır [10, 19-22]. Ayrıca yine çok az çalışmada enerji tüketim modeli kullanılmış [18, 22-24]. Yin vd. [25], toplama-dağıtım işlemleri ile zaman pencerelerini içeren bir İHA destekli araç rotalama problemi ele almış, bu kapsamda kara aracının hem paket dağıttığı hem de İHA'ları taşıdığı bir yapı önermişlerdir. Bu çalışmada amaç toplam maliyetleri en aza indirmek olmuştur. Benzer şekilde taşıma ve emisyon maliyetlerini minimize etmeye yönelik zaman bağımlı bir problem ele alan Peng vd. [26], bu problemi çözmek için karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önermişlerdir. Çalışmada, modelin çözümü için geliştirilen değişken komşuluk arama tabanlı algoritmanın, özellikle büyük ölçekli örneklerde yüksek çözüm kalitesi ve hesaplama verimliliği sağladığı gösterilmiştir.

İHA'ların ticari kullanımının yanı sıra askeri alanlarda da sıklıkla kullanılmaktadır. Kaya ve Özkan [27] tarafından yapılan çalışmada Türkiye-Suriye sınır hattının güvenliğinin sağlanmasına yönelik olarak geliştirilen Genetik Algoritma Tabanlı Matheuristik yaklaşımla, İHA sayısı ve toplam uçuş mesafelerinde anlamlı azalmalar elde edilmiştir. Öte yandan Daşdemir vd. [28] tarafından, sürekli arazi üzerindeki mesafe, radar tehdidi ve bilgi toplama amaçlarını içeren İHA rotalama problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü için bir karma tamsayılı doğrusal programlama modeli geliştirilmiştir.

Literatürde, afet durumunda İHA'ların kullanıldığı çalışmalar da bulunmaktadır. Halat ve Özkan [29] tarafından yapılan bir çalışmada olası bir deprem sonrası hasar tespiti için İHA'ların kullanımını ele alınmıştır. Sabit noktaların ziyareti yerine alan tarama faaliyetlerinin incelendiği çalışmada, İHA menzile kısıtı dikkate alınarak mümkün olan en çok sayıda insanı kapsayacak şekilde bölgelerin ziyaret sırası belirlenmeye çalışılmıştır. Yazarlar problemin çözümü için bir genetik algoritma geliştirmişlerdir.

3 Problem tanımı ve matematiksel model

Bu bölümde 2A-İTDRP'nin tanımı yapılmadan önce, bu probleme temel teşkil eden 2A-İRP'nin tanımı yapılacaktır. 2A-İRP'nin değişik varyasyonları için literatürde bulunan matematiksel modeller sunulacak ve bu modellere alternatif yeni modeller önerilecektir. Ardında 2A-İTDRP'nin tanımı yapılarak, 2A-İRP için önerilen matematiksel modeller temel alınarak önerilen matematiksel model sunulacaktır.

3.1 İki aşamalı insansız hava aracı destekli rotalama problemi (2A-İRP)

2A-İRP'nin en temel hali V_u vd. [4] tarafından yapılan çalışmada ele alınmıştır ve şu şekilde tanımlanmıştır: $G(V, W, A_1, A_2)$ bağlı bir şebeke olsun. Bu şebekede, V yüksek kapasiteli kara aracı tarafından ziyaret edilebilecek mobil depo düğümlerini, W ise İHA'lar tarafından mutlaka ziyaret edilmesi gereken müşteri düğümlerini temsil etmektedir. A_1 ve A_2 ise sırasıyla V kümesi içerisindeki düğümler arasındaki ayrıtlar ($A_1 = \{(i, j) : i, j \in V \text{ ve } i \neq j\}$) ve V kümesi ile W kümesindeki düğümler arasındaki ayrıtlar $A_2 = \{(i, j) : i \in V, j \in W\}$ kümesidir. V kümesi, depo (0), deponun sanal bir kopyası (n) ve mobil depo noktalarından ($V_D = 1, 2, \dots, n-1$) meydana gelmektedir. Her müşterinin pozitif bir talebi vardır. Bu talep İHA'nın taşıyabileceği büyüklük/ağırlıktadır ve müşteriye tek bir ziyaret ile teslim edilmektedir. İHA'ların batarya kapasitesinden dolayı sınırlı bir menzili bulunmakta olup bu kapasite dahilinde her bir mobil depodan İHA'lar ile hizmet verilebilecek müşteri kümesi ($W_i : i \in V_D$) belirli ve bilinir. Yüksek kapasiteli bir araç, üzerinde U kümesi ile temsil edilen homojen İHA'lar ve müşteri talepleri ile depodan çıkışı yapmakta, seçilen mobil depolar arasında hareket ederek depoya geri dönüş yapmaktadır. Ziyaret edilen her mobil depoda, o mobil depodan ziyaret edilecek müşterilerin talepleri İHA'lara yüklenmekte ve İHA'lar müşterilere doğrudan teslimat gerçekleştirerek araca geri dönmektedirler. Tüm İHA'lar tek bir sefer kullanılabilir olup ziyaret edilen her mobil depodan en fazla araçtaki İHA sayısı kadar müşteriye hizmet götürülebilmektedir. Bir mobil depodan hizmet verilecek tüm müşterilere hizmet tamamlanana kadar araç mobil depoda beklemekte ve sıradaki mobil depo veya ana depoya hareket etmektedir. Bu hareket esnasında araç üzerinde, İHA'ların batarya değişimi veya şarj işlemleri gerçekleştirilerek sonraki mobil depoda tam kapasite çalışır duruma getirilmektedir. Araç A_1 ayrıtları üzerinde, İHA'lar ise A_2 ayrıtları üzerinde git-gel hareketi gerçekleştirmektedirler. Aracın A_1 üzerindeki hareket süresi t_{ij} , İHA'ların A_2 üzerindeki hareket süresi ise t'_{ik} ile gösterilmektedir. Bu tanımlamalar ışığında 2A-İRP'de, ana depodan hareket edip tüm müşterilere teslimat gerçekleştirildikten sonra tekrar ana depoya varış süresinin en küçüklenmesi amaçlanmaktadır.

3.1.1 2A-İRP için V_u vd. [4] tarafından geliştirilen matematiksel modeller

Bu problem için V_u vd. [4] tarafından geliştirilen karma tamsayılı doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibidir. Bu modelde, amaç fonksiyonu (1) kara aracının turunu tamamlama süresini en aza indirmektedir. (2) numaralı kısıt kara aracının rotasına depo düğümünden "0" başlamasını ve oraya geri dönmemesini garantilerken, (3) numaralı kısıt kara aracının rotasını deponun sanal kopyasında " n " tamamlamasını sağlamaktadır. (4) numaralı kısıt grubu kara aracının seçilen bir potansiyel depoyu ziyaret etmesini sağlamaktadır.

Dizin kümeleri ve parametreler:

V : kara aracı tarafından ziyaret edilebilecek düğüm kümesi ($V = V_D \cup 0 \cup n$)
V_D : mobil depo kümesi ($V_D = 1, 2, \dots, n-1$)
W : müşteri kümesi
U : İHA kümesi
t_{ij} : kara aracının ana depo ve mobil depolar arasındaki hareket süresi ($\forall i, j \in V$)
t'_{ik} : İHA'ların mobil depolar ve müşteriler arasındaki hareket süresi ($\forall i \in V_D, \forall k \in W$)
M : Büyük bir sayı

Karar Değişkenleri:

x_{ij} : kara aracı i düğümünden j düğüme hareket ederse 1 ($\forall i, j \in V : i \neq j$), değilse 0.
 y_i : kara aracı i düğümünü ziyaret ederse 1, diğer durumda 0 ($\forall i \in V_D$)
 z_{ik} : k müşterisi, i düğümünden kalkış yapan bir İHA tarafından hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall k \in W_i$)
 a_i : kara aracının i mobil deposuna/ana depoya varış süresi ($\forall i \in V_D \cup n$)
 s_i : kara aracının i mobil deposunda İHA'ları beklediği süre ($\forall i \in V_D$)

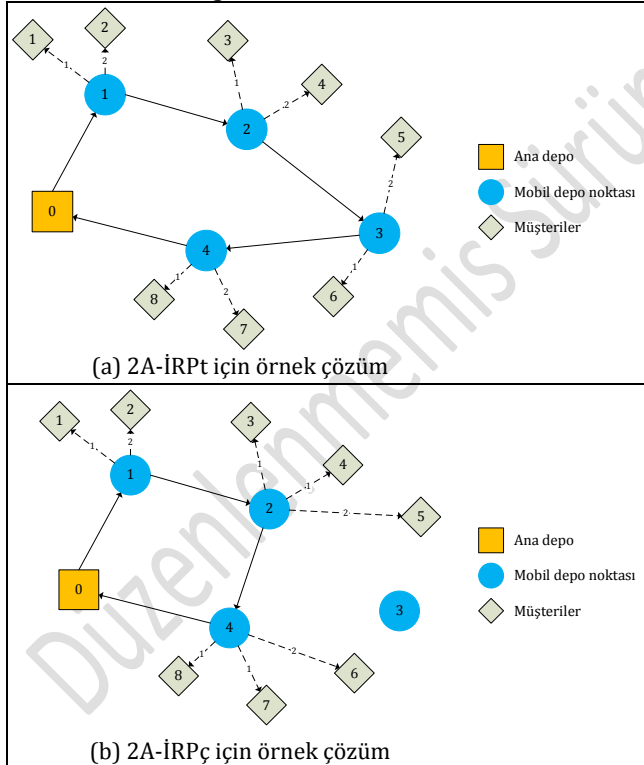
Model ($M_{2A-IRP}^{V_u}$)	
Amaç Fonksiyonu	
En Küçük $Z = a_n$	(1)
Kısıtlar	
$\sum_{i \in V_D} x_{0i} = 1, \sum_{i \in V_D} x_{i0} = 0$	(2)
$\sum_{i \in V_D} x_{in} = 1, \sum_{i \in V_D} x_{ni} = 0$	(3)
$\sum_{i \in V} x_{ij} = y_j \quad \forall j \in V_D$	(4)
$\sum_{j \in V} x_{ji} = \sum_{j \in V} x_{ij} \quad \forall i \in V_D$	(5)
$z_{ik} \leq y_i \quad \forall i \in V_D, \forall k \in W_i$	(6)
$\sum_{k \in W_i} z_{ik} \geq y_i \quad \forall i \in V_D$	(7)
$\sum_{i \in V_D} z_{ik} = 1 \quad \forall k \in W$	(8)
$\sum_{k \in W_i} z_{ik} \leq U \quad \forall i \in V_D$	(9)
$s_i \geq 2t'_{ik}z_{ik} \quad \forall i \in V_D, \forall k \in W_i$	(10)
$a_j \geq a_i + s_i + t_{ij}x_{ij} - M(1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in V_D$	(11)
$a_i \leq My_i \quad \forall i \in V_D$	(12)
$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V$	(13)
$y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V_D$	(14)
$z_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V_D, \forall k \in W_i$	(15)
$a_i \geq 0 \quad \forall i \in V$	(16)
$s_i \geq 0 \quad \forall i \in V_D$	(17)

(5) numaralı kısıtlar ise bir düğüme giren ve çıkan hat sayısının eşit olmasını sağlamaktadır. Kısıt kümesi (6) kara aracı tarafından bir mobil depoya uğranmadıysa o mobil depodan herhangi bir müşteriye İHA ile ziyaret gerçekleştirilmemesini garantilemektedir. Kısıt kümesi (7) bir mobil depoya ziyaret gerçekleştirilmiş ise o mobil depodan en az bir müşteriye hizmet edilmesini sağlamaktadır. (8) numaralı kısıtlar tüm müşterilerin İHA ile mutlaka bir kere ziyaret edilmesini, (9) numaralı kısıtlar ise her mobil depoda kullanılacak İHA sayısını maksimum İHA sayısından ($|U|$) fazla olmamasını sağlamaktadır. (10) numaralı kısıt grubu kara aracının mobil

depoda İHA'ları beklediği süreyi, (11) numaralı kısıt grubu ise kara aracının mobil depoya varış süresini hesaplar. Burada, M yeterince büyük bir sayıyı temsil etmektedir. Kısıt grubu (12) kara aracı tarafından bir mobil depoya ziyaret gerçekleştirilmediyse ilgili mobil depoya varış zamanının sıfır olmasını sağlamaktadır. Son olarak (13)-(17) arasındaki kısıtlar ise işaret kısıtlarıdır.

Ele alınan problemde duraklanan her mobil depoda bir İHA'nın en fazla bir kez kullanımı söz konusudur ve İHA'nın bataryası ikinci bir müşteriye gidebilecek kadar dolu olsa bile bu müşteriye hizmet verilememektedir. Vu vd. [4] tarafından yapılan çalışmada, İHA'ların batarya kapasitelerinin yeterli olması halinde birden fazla kez kullanımına olanak tanıyan ve daha genel bir problem olarak tanımlanan İki Aşamalı Çok Kullanımlı İnsansız Hava Aracı Destekli Rotalama Problemi (2A-İRPç) de ele alınmıştır. Buradan itibaren 2A-İRP'de İHA'ların çoklu kullanım durumunu ifade eden kısaltmalarda, İHA'ların bir mobil depoda en fazla bir kere kullanılabilirdiği varyasyon için problem isminin sonunda "t" eki (örneğin 2A-İRPt), birden fazla kullanılabilirdiği varyasyon için ise "c" eki (örneğin 2A-İRPç) kullanılacaktır. Bu eklerin yer almadığı durumlarda (örneğin, 2A-İRP), yapılan açıklamaların her iki varyasyon için de (örneğin, 2A-İRPt ve 2A-İRPç) geçerli olduğu kabul edilmektedir.

Şekil 1'de örnek bir şebeke üzerinde 2A-İRPt ve 2A-İRPç arasındaki farklılıklar gösterilmektedir. İki adet İHA'nın bulunduğu bu örnekte kesikli çizgiler ileri geri İHA hareketlerini gösterirken, düz çizgiler kara aracının hareketlerini temsil etmektedir. Kesikli çizgilerdeki sayılar ise İHA'nın numarasını göstermektedir.



Şekil 1. İHA'ların tekli ve çoklu kullanımları.
Figure 1. Single and multiple uses of UAVs.

Bu örneğin 2A-İRPt çözümünde (Şekil 1-a) İHA'lar en fazla bir kez kullanılabilirdiği için her mobil depo noktasından en fazla araçtaki İHA sayısı kadar (bu örnekte 2 adet) müşteri ziyareti gerçekleştirilebilirken, 2A-İRPç çözümünde (Şekil 1-b) bir İHA birden fazla kullanılabilirdiği için her mobil depo düğümünden

İHA sayısından fazla müşteri ziyareti gerçekleştirilebilmektedir. Örneğin Şekil 1-b'de 2 numaralı mobil depo düğümünden, 1 numaralı İHA iki ziyaret gerçekleştirirken, 2 numaralı İHA bir ziyaret gerçekleştirmiştir. Şekil 1'de görüldüğü üzere, İHA'ların çoklu ziyaret gerçekleştirmesine izin verilmesi durumunda, kara aracının ziyaret etmesi gereken mobil depo sayısı azaltılabilir ve bu sayede aracın ana depoya dönüş süresi kısaltılabilir.

Vu vd. [4] tarafından 2A-İRPç çözümü için $M_{2A-İRPt}^{Vu}$ 'de aşağıdaki düzenlemeler gerçekleştirilerek aşağıdaki matematiksel model geliştirilmiştir.

Ek Karar Değişkenleri:
z_{lik} : k müşterisi i mobil deposundan l İHA'sı ile hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall l \in U, \forall i \in V_D, \forall k \in W_i$)
Model ($M_{2A-İRPç}^{Vu}$)
Amaç Fonksiyonu: (1)
Kısıtlar: (2)-(5), (11)-(14), (16), (17) ve
$z_{lik} \leq y_i \quad \forall l \in U, \forall i \in V_D, \forall k \in W_i \quad (18)$
$\sum_{l \in U} \sum_{k \in W_i} z_{lik} \geq y_i \quad \forall i \in V_D \quad (19)$
$\sum_{l \in U} \sum_{i \in V_k} z_{lik} = 1 \quad \forall k \in W \quad (20)$
$s_i \geq \sum_{k \in W_i} 2t'_{ik} z_{lik} \quad \forall v_i \in V, l \in U \quad (21)$
$z_{lik} \in \{0,1\} \quad \forall l \in U, \forall i \in V_D, \forall k \in W_i \quad (22)$

$M_{2A-İRPç}^{Vu}$ 'de (18) numaralı kısıt grubu bir mobil depoya ziyaret gerçekleştirilmediyse o mobil depodan müşterilere hizmet edilmemesini garantilemektedir. (19) numaralı kısıt grubu ise bir mobil depoya ziyaret gerçekleştirilmişse o mobil depodan en az bir müşteriye hizmet edilmesini sağlamaktadır. Kısıt grubu (20) her müşterinin mutlaka bir İHA tarafından ziyaretini sağlarken (21) numaralı kısıt grubu ziyaret edilen mobil depolarda İHA'ların hizmet sürelerini belirlemektedir. Son olarak da (22) numaralı kısıt grubu işaret kısıttır ve z_{lik} değişkenlerinin $\{0,1\}$ tipinde karar değişkeni olmasını sağlamaktadır.

3.1.2 2A-İRP için önerilen matematiksel modeller

Bu bölümde 2A-İRP için Vu vd. [4] tarafından geliştirilen matematiksel modellerden esinlenerek, optimal çözümlerin daha kısa sürede elde edilebileceği matematiksel model önerileri sunulmaktadır.

2A-İRPt için önerilen matematiksel model aşağıdaki gibidir.

Ek parametreler:
MDS : uğranması gereken en az mobil depo sayısı ($ W / U $)
Ek Karar Değişkenleri:
b_i : alt-tur eleme kısıtları için kullanılan yardımcı karar değişkeni ($\forall i \in V_D$)
Model ($M_{2A-İRPt}^{Yeni}$)
Amaç Fonksiyonu:
En Küçük $Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V_D} s_i \quad (23)$
Kısıtlar: (4), (5), (8), (10), (13)-(17) ve
$\sum_{i \in V_D} x_{oi} = \sum_{i \in V_D} x_{io} = 1 \quad (24)$
$\sum_{k \in W_i} z_{ik} \leq U y_i \quad \forall i \in V_D \quad (25)$
$b_i - b_j + Nc x_{ij} + (Nc - 2) x_{ji} \leq (Nc - 1) y_i \quad \forall i, j \in V_D: i \neq j \quad (26)$

$b_i \leq Nc y_i$	$\forall i \in V_D$	(27)
$b_i \geq y_i$	$\forall i \in V_D$	(28)
$b_i \leq Nc - (Nc - 1)x_{0i}$	$\forall i \in V_D$	(29)
$\sum_{i \in V_D} y_i \geq MDS$		(30)

Önerilen modelde kısıt sayısını azaltmak için, kopya depoların olmadığı ve kara aracının turunun ana depodan başlayıp ana depoda sonlanacak şekilde matematiksel modeller revize edilmiştir. Amaç fonksiyonu ise aynı değeri hesaplayan daha sıkı bir denklem ile yer değiştirilmiştir. Modellerdeki son geliştirme olarak da literatürde var olan ve başarısını ispatlamış Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) alt tur eleme kısıtları bu probleme özgü hale getirilerek kullanılmıştır.

Bu modelde MDS , uğranması gereken minimum mobil depo sayısını göstermekte olup $MDS = |W|/|U|$ şeklinde hesaplanmaktadır. Modelin amaç fonksiyonu (23) kara aracının toplam rota süresi ile her bir mobil depoda İHA'ları beklediği sürelerin toplamının en küçüklenmesidir. Bu toplam süre aracın ana depoya dönüş süresine eşittir. Orijinal modeldeki (2) ve (3) numaralı kısıtlar birleştirilmiş ve kara aracının ana depodan başlamasını ve buraya dönmesini sağlayan (24) numaralı kısıt elde edilmiştir. (25) numaralı kısıt grubu bir mobil depoya uğranmıyorsa buradan hiçbir müşteriye hizmet verilmemesini, uğranıyorsa da en fazla eldeki İHA sayısı kadar müşteriye hizmet verilmesini sağlamaktadır. (26)-(29) arasındaki kısıtlar ise Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) alt tur eleme kısıtlarının geliştirilmiş halidir. (30) numaralı kısıt grubu ise ziyaret edilen mobil depo sayısının uğranması gereken minimum depo sayısından büyük olması garanti etmektedir. Benzer şekilde İHA'ların birden fazla kez kullanımına izin verilen 2A-İRPç için de Vu vd. [4] tarafından geliştirilen $M_{2A-İRPç}^{Vu}$ 'de yapılan değişiklikler doğrudan kullanılarak 2A-İRPç için aşağıda sunulan matematiksel model elde edilmiştir.

Model ($M_{2A-İRPç}^{Yeni}$)
Amaç Fonksiyonu: (23)
Kısıtlar: (4), (5), (13), (14), (16), (17), (24), (26)-(29) ve (30)

3.2 İki aşamalı insansız hava aracı destekli topla-dağıt rotalama problemi

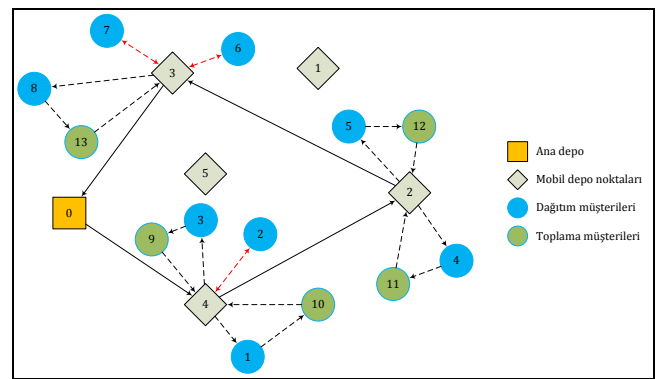
2A-İRP'de temel varsayımlardan birisi her müşterinin ürün taleplerinin ana depoda hazır bulunduğu ve bu ürünlerin bir kara aracına İHA'lar ile birlikte yüklenerek, mobil depo noktalarından İHA'lar yardımıyla müşterilere teslim edildiğidir. Özellikle de kargo firmalarının dağıtım için düşünülen bu çalışma sistemi yine kargo firmalarının müşterilere ürün teslimatına ek olarak müşterilerden ürünlerin teslim alındığı durum için de kullanılabilir. Buna göre, İHA mobil depodan mal teslim edilecek müşterilere (dağıtım müşterisi) dağıtım gerçekleştirirken mobil depodan dolu çıkıp mobil depoya boş dönecektir. Mal teslim alınacak müşterileri (toplama müşterisi) için de İHA mobil depodan boş çıkarak müşteriye ulaşacak, ürünü teslim aldıktan sonra mobil depoya dolu dönecektir. Dolayısıyla bir önceki bölümde sunulan modeller bu durumu da çözebilecek yapıdadır. Ancak dağıtım ve toplama müşterilerine ayrı ayrı İHA turları ile servis sağlamak yerine dağıtım ve toplama müşterilerine tek bir İHA ile servis sağlayarak daha düşük maliyetli çözümler elde edilebilir.

İki Aşamalı İnsansız Hava Aracı Destekli Topla-Dağıt Rotalama Problemi (2A-İTDRP) olarak adlandırılan bu problem bir

önceki bölümde tanıtılan 2A-İRP ile benzer varsayımlar taşımaktadır. 2A-İTDRP'de, 2A-İRP için tanımlanan $G(V, W, A_1, A_2)$ şebekesinde W ile temsil edilen müşteriler kümesi dağıtım (D) ve toplama (T) müşterilerini temsil edilen iki ayrı kümeye ayrılmaktadır ($W = D \cup T$). Dağıtım müşterileri ana depodan kendisini ürün taşınacak müşterileri, toplama müşterileri ise kendisinden ana depoya ürün taşınacak müşteriler olarak tanımlanmaktadır. 2A-İTDRP'de bir ana depodan daha önceden belirlenmiş alternatif bölgelere hareket eden ve mobil depo görevi gören yüksek kapasiteli bir kara aracı kullanılarak, bir İHA filosunun bu kara aracından uçmasına, her uçuşta bir (dağıtım veya toplama müşterisi) ya da iki müşteriye (bir dağıtım ve bir toplama müşterisi) hizmet vermesine ve pil değişimi ve/veya paket yüklemek/boşaltmak için aynı kara aracına geri dönmeye izin verilmektedir. Bu taşımacılık yapısı iki teslimat aşamasından oluşmaktadır. Birinci aşamada, müşterilere hizmet vermek için ana depodan çıkan ve mobil depo görevi gören yüksek kapasiteli bir araç, ara depo görevi gören alternatif bölgelerden birine ulaşacak ve dağıtım ve/veya toplama bitene kadar bu bölgede bekleyecektir. İkinci aşamada ise araçtan kalkan İHA'lar ile müşteri konumlarına paket dağıtımı ve/veya toplama faaliyetini gerçekleştirecek ve faaliyetleri tamamlandıktan sonra İHA'lar kara aracına geri dönecektir. İHA'lar toplama ve dağıtım müşterilerine aşağıda ifade edilen üç farklı yoldan birisini kullanarak ziyaret gerçekleştirebilir.

1. Mobil depodan dolu olarak dağıtım müşterisine uçarak paketi teslim edip mobil depoya boş dönebilir,
2. Mobil depodan boş olarak toplama müşterisine uçarak paketi alıp mobil depoya dolu dönebilir,
3. Mobil depodan dolu olarak dağıtım müşterisine uçarak paketi teslim edip, boş olarak toplama müşterisine uçarak paketi teslim alıp mobil depoya dolu dönebilir,

Yüksek kapasiteli araç ara depo olarak kullanılan konumlarda bu İHA'lar yardımıyla toplama/dağıtımı tamamladıktan sonra ana depoya dönüş sağlanacaktır. Bu tanımlamalar ışığında 2A-İTDRP'de, ana depodan hareket edip tüm müşterilere hizmet sağlandıktan sonra tekrar ana depoya varış süresinin en küçüklenmesi amaçlanmaktadır. Şekil 2'de 2A-İTDRP için örnek bir çözüm sunulmuştur.



Şekil 2. 2A-İTDRP için örnek çözüm.

Figure 2. Example solution for 2A-İTDRP.

Problem bir ana depo, beş mobil depo noktası, sekiz dağıtım müşterisi, yedi toplama müşterisi ve üç İHA'dan oluşmaktadır. Problemede beş mobil depodan üçüne uğrayarak tüm müşterilere hizmet sağlanmıştır. Ana depodan çıkan kara aracı ilk önce 4 numaralı mobil depoya gelmiştir. Burada ilk İHA ile sadece 2 numaralı müşteriye git-gel yapılarak, ikinci ve üçüncü İHA'lar ile de sırasıyla 1 - 10 numaralı ve 3 - 9 numaralı müşterilere aynı rota üzerinde hareket edilerek hizmet

verilmiştir. İHA'lar gönderildiği mobil depoya geri dönene kadar kara aracı ilgili mobil depoda beklemiştir. Tüm müşterilere hizmet sağlayana kadar rota boyu hareket edilmiş ve kara aracı ana depoya dönünce süreç tamamlanmıştır.

Bir önceki bölümde 2A-İRP'te için önerilen matematiksel model ($M_{2A-İRP}^{Yeni}$) temel alınarak, 2A-İTDRP'de İHA'ların tekli kullanımı (2A-İTDRP'te) için önerilen karma tamsayılı doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibidir.

Ek dizin kümeleri ve parametreler:	
D : dağıtım müşterileri kümesi	
T : toplama müşterileri kümesi	
W : müşteri kümesi ($W = D \cup T$)	
t'_{id} : İHA'ların mobil depolardan dağıtım müşterilerine hareket süresi ($\forall i \in V_D, \forall d \in D$)	
t'_{dt} : İHA'ların dağıtım müşterilerinden toplama müşterilerine hareket süresi ($\forall d \in D, \forall t \in T$)	
t'_{ti} : İHA'ların toplama müşterilerinden mobil depolara hareket süresi ($\forall i \in V_D, \forall t \in T$)	
Ek Karar Değişkenleri:	
DR_{id} : d dağıtım müşterisi i mobil deposundan direkt hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall d \in D$)	
TR_{it} : t toplama müşterisi i mobil deposundan direkt hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall t \in T$)	
DTR_{idt} : d dağıtım ve t toplama müşterileri i mobil deposundan önce dağıtım sonra toplama şeklinde hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall t \in T$)	
Model ($M_{2A-İTDRP}^{Yeni}$)	
Amaç Fonksiyonu: (23)	
Kısıtlar: (4), (5), (13), (14), (16), (17), (24), (26)-(30) ve	
$\sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} DR_{kid} + \sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} \sum_{t \in T} DTR_{kidt} = 1$	$\forall d \in D$ (40)
$\sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} TR_{kit} + \sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} \sum_{d \in D} DTR_{kidt} = 1$	$\forall t \in T$ (41)
$\sum_{k \in U} \sum_{d \in D} DR_{kid} + \sum_{k \in U} \sum_{t \in T} TR_{kit} + \sum_{k \in U} \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} DTR_{kidt} \geq y_i$	$\forall i \in V_D$ (42)
$DR_{kid} \leq y_i$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D$ (43)
$TR_{kit} \leq y_i$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall t \in T$ (44)
$DTR_{kidt} \leq y_i$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall t \in T$ (45)
$s_i \geq \sum_{d \in D} 2t'_{id}DR_{kid} + \sum_{t \in T} 2t'_{it}TR_{kit} + \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} (t'_{id} + t'_{dt} + t'_{ti})DTR_{kidt}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D$ (46)
$DR_{kid} \in \{0,1\}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D$ (47)
$TR_{kit} \in \{0,1\}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall t \in T$ (48)
$DTR_{kidt} \in \{0,1\}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall t \in T$ (49)

Bu modelde kısıt grubu (31) dağıtım müşterilerine kara aracından ya direkt ya da toplama müşterilerine gitmeden önce hizmet vermeyi, kısıt grubu (32) ise toplama müşterilerine kara aracından ya direkt ya da dağıtım müşterilerine gittikten sonra hizmet vermeyi sağlar. (33) numaralı kısıt grubu bir mobil depoda kullanılabilir İHA sayısını eldeki İHA sayısından $|U|$ büyük olmamasını garantilemektedir. (34)-(36) arasındaki kısıtlar kara aracının durakladığı mobil depolarda İHA'ları beklediği süreyi hesaplamaktadır. Son olarak (37)-(39) arasındaki kısıtlar işaret kısıtlarıdır.

2A-İRP için her mobil depo noktasında İHA'ların birden çok kez kullanılabilir olduğu problemde (2A-İRP) olduğu gibi 2A-İTDRP için de İHA'ların birden çok kez kullanılabilir olduğu durum (2A-İTDRP) söz konusudur. 2A-İRP için tanımlanan varsayımlarının tamamının geçerli olduğu bu problem için yukarıda önerilen matematiksel model ışığında aşağıdaki model önerilmiştir.

Ek Karar Değişkenleri:

DR_{kid} : d dağıtım müşterisi i mobil deposundan k İHA'sı ile direkt hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall k \in U$)	
TR_{kit} : t toplama müşterisi i mobil deposundan k İHA'sı ile direkt hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall t \in T, \forall k \in U$)	
DTR_{kidt} : d dağıtım ve t toplama müşterileri i mobil deposundan k İHA'sı ile önce dağıtım sonra toplama şeklinde hizmet alıyorsa 1, değilse 0 ($\forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall k \in U$)	
Model ($M_{2A-İTDRP}^{Yeni}$)	
Amaç Fonksiyonu: (23)	
Kısıtlar: (4), (5), (13), (14), (16), (17), (24), (26)-(29) ve	
$\sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} DR_{kid} + \sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} \sum_{t \in T} DTR_{kidt} = 1$	$\forall d \in D$ (40)
$\sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} TR_{kit} + \sum_{k \in U} \sum_{i \in V_D} \sum_{d \in D} DTR_{kidt} = 1$	$\forall t \in T$ (41)
$\sum_{k \in U} \sum_{d \in D} DR_{kid} + \sum_{k \in U} \sum_{t \in T} TR_{kit} + \sum_{k \in U} \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} DTR_{kidt} \geq y_i$	$\forall i \in V_D$ (42)
$DR_{kid} \leq y_i$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D$ (43)
$TR_{kit} \leq y_i$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall t \in T$ (44)
$DTR_{kidt} \leq y_i$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall t \in T$ (45)
$s_i \geq \sum_{d \in D} 2t'_{id}DR_{kid} + \sum_{t \in T} 2t'_{it}TR_{kit} + \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} (t'_{id} + t'_{dt} + t'_{ti})DTR_{kidt}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D$ (46)
$DR_{kid} \in \{0,1\}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D$ (47)
$TR_{kit} \in \{0,1\}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall t \in T$ (48)
$DTR_{kidt} \in \{0,1\}$	$\forall k \in U, \forall i \in V_D, \forall d \in D, \forall t \in T$ (49)

2A-İTDRP için geliştirilen modelde eklenen yeni kısıtlardan, kısıt grubu (40) dağıtım müşterilerine kara aracından herhangi bir İHA ile ya direkt ya da toplama müşterilerine gitmeden önce hizmet vermeyi, kısıt grubu (41) ise toplama müşterilerine kara aracından herhangi bir İHA ile ya direkt ya da dağıtım müşterilerine gittikten sonra hizmet vermeyi sağlar. (42) numaralı kısıt grubu bir mobil depoda ziyaret edilecekse o mobil depodan en az bir uçuş gerçekleştirilmesini garanti etmektedir. (43)-(45) arasındaki kısıtlar eğer kara aracı bir mobil depoda duraklamadıysa o mobil depodan herhangi bir İHA servisinin verilmesini engellemektedir. (46) numaralı kısıt grubu kara aracının durakladığı mobil depolarda İHA'ları beklediği süreyi hesaplamaktadır. Son olarak (47)-(49) arasındaki kısıtlar işaret kısıtlarıdır.

4 Deneyisel çalışmalar

Bu çalışmada önerilen matematiksel modellerin etkinliğini ölçmek amacıyla test verileri tanıtılmış (Bölüm 4.1), deneyisel çalışmalar yapılmış ve iki alt bölümde incelenmiştir. Bölüm 4.2'de, 2A-İRP için Vu vd. [4] tarafından önerilen matematiksel modeller ile bu çalışmada önerilen matematiksel modeller, literatürde bulunan test örnekleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bölüm 4.3'te ise, 2A-İTDRP için önerilen

matematiksel modeller, hem literatürdeki test örneklerinden türetilen problemlerle hem de bu çalışmada özgün olarak oluşturulan ve literatürde kullanılanlara kıyasla daha büyük boyutlara sahip test örnekleri kullanılarak değerlendirilmiştir.

4.1 Test verileri

Önerilen matematiksel modellerin etkinliğini test etmek amacıyla Vu vd. [4] tarafından üretilen test örnekleri kullanılmıştır. Ayrıca 2A-İTDRP için daha büyük boyutlu problemlerdeki performansını ölçmek amacıyla, Vu vd. [4] tarafından üretilen test örneklerinde kullanılan varsayımlar dikkate alınarak daha büyük boyutlu test örnekleri oluşturulmuştur. Bu örneklerde mobil depolar ve müşteriler, kenar uzunlukları $d = 20$, $d = 30$ ve $d = 40$ olan kare şeklinde bir yüzey üzerinde rasgele yerleştirilmiş, ana depo ise yüzeyin merkezine konumlandırılmıştır. Test örnekleri oluşturulurken, önce mobil depo konumları, ardından her bir müşterinin en az bir mobil depo düğümünden hizmet alabileceği şekilde müşteri koordinatları rassal belirlenmiştir. Yüzeyin büyüklüğüne göre farklı mobil depo sayısı ve müşteri sayısı kombinasyonları ile altı farklı yerleşim kombinasyonu oluşturulmuştur. $d = 20$ için mobil depo sayısı-müşteri sayısı kombinasyonları 8-14 ve 11-11 olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde, $d = 30$ durumunda bu kombinasyonlar 11-22 ve 17-16; $d = 40$ için ise 16-28 ve 22-22 olarak kabul edilmiştir. Bu kombinasyonlar, farklı problem büyüklüklerinde modelin performansını değerlendirebilmek amacıyla oluşturulan senaryolarda kullanılmıştır. Sonuçlar raporlanırken de her bir örnek $d - n - m$ formatında gösterilmiştir. Burada, d karenin kenar uzunluğu, n mobil depo sayısını, m ise müşteri sayısını temsil etmektedir.

Test örneklerinde İHA ve kara aracının hızları da dikkate alınmıştır. Her bir problem için kara aracının hızı 40 km/saat iken İHA hızları sırasıyla 40, 50, 60, 70 ve 80 km/saat olarak değişmektedir. Düğümler arasında kara aracının ulaşım süresi ve İHA'ların uçuş süresi sırasıyla $t_{ij} = d_{ij}/v_{ka}$ ve $t'_{ij} = d_{ij}/v_{IHA}$ şeklinde hesaplanmıştır. Burada d_{ij} düğümler arasındaki mesafeyi; v_{ka} ve v_{IHA} ise kara aracı ve İHA hızını temsil etmektedir. İHA'ların başlangıç ve bitiş noktaları arasında doğrudan uçabilmesi nedeniyle, İHA uçuş süreleri (t'_{ij}) hesaplanırken düğümler arası mesafe olarak Euclidean (Öklit) uzaklık, kara aracının düğümler arası hareket süresi (t_{ij}) hesaplanırken de düğümler arası mesafe olarak Manhattan (dik doğrusal) uzaklığı dikkate alınmıştır. İHA'nın uçuş süresi ise 30 dakika ile sınırlandırılmıştır. Yani bir mobil depodan bir müşteriye hizmet verilebilmesi için mobil depodan müşteriye gidiş ve geliş süresi toplamının 30 dakikadan küçük veya eşit olması gerekmektedir.

Çalışmada her bir problem için İHA hızlarının farklı olduğu ve İHA sayısının, en az gerekli İHA sayısı (u_{min}), u_{min} 'in bir, iki ve üç fazlası olacak şekilde belirlenmiştir. u_{min} değeri müşterilere hizmet götürebilmek için kara aracına bulunması gereken en az İHA sayısını temsil etmektedir ve bu değer her örnek için ayrı ayrı aşağıdaki matematiksel modelin çözümü ile elde edilmiştir. Bu modelde her müşterinin mutlaka bir mobil depoya atanması kısıtı (8) altında gerekli İHA sayısını en küçükleme ve bu modelin optimal çözümü sonucunda elde edilen sayıda İHA ile servise çıkıldığında en kötü ihtimal ile tüm mobil depolarda duraklanarak tüm müşterilere hizmet garantisi sağlanmış olur. Yani bu yöntem ile elde edilen İHA sayısı, tüm test örnekleri için mutlaka bir uygun çözüm garantisi sunmaktadır.

Model (u_{min})	
Amaç Fonksiyonu:	
$En\ Küçük\ Z = u$ (50)	
Kısıtlar: (8), (15) ve	
$\sum_{k \in W_i} z_{ik} \leq u$	$\forall i \in V_D$ (51)
$u \geq 0$ ve tamsayı	
(52)	

Bu test kümesinde 6 farklı mobil depo-müşteri sayısı kombinasyonu (20-8-14, 20-11-11, 30-11-22, 30-17-16, 40-16-28 ve 40-22-22), 5 farklı İHA hızı (40, 50, 60, 70 ve 80 km/saat), 4 farklı İHA sayısı (u_{min} , $u_{min} + 1$, $u_{min} + 2$, $u_{min} + 3$) olmak üzere toplamda 120 test örneği bulunmaktadır. <https://github.com/ismailkaraoglan/TestInstances/blob/main/2A-IRP.zip> adresinden bu test örneklerine erişilebilmektedir. Bu çalışmada ele alınan tüm matematiksel modeller, GAMS/CPLEX (versiyon 39.3.0) çözücüsü kullanılarak, 2.30 GHz işlemciye ve 16 GB RAM'e sahip bir bilgisayar ortamında çözülmüştür. Modeller, Bölüm 4.2'de 10 dakikalık, Bölüm 4.3'te ise 1 saatlik bir süre sınırı altında çözülmüş ve elde edilen sonuçlar raporlanmıştır.

4.2 2A-İRP için matematiksel modellerin karşılaştırılması

2A-İRPt ve 2A-İRPç için Vu vd. [4] tarafından geliştirilen ve bu çalışmada önerilen matematiksel modeller, üretilen test örnekleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Vu vd. [4] tarafından yapılan çalışmada 1 saatlik süre sınırı belirlenerek sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, bu çalışmada aynı deneysel ortamda karşılaştırma yapabilmek amacıyla 10 dakikalık süre sınırı altında tekrar çalıştırılmıştır.

Elde edilen sonuçlar Tablo 1 ve Tablo 2'de sunulmuştur. Bu tablolarda ilk sütun problem adını, v_d sütunu İHA'ların hızını, u sütunu ise örnekte kullanılan İHA sayısını göstermektedir. Takip eden ikişer sütunda ise sırasıyla, 2A-İRPt ve 2A-İRPç için Vu vd. [4] tarafından geliştirilen ve bu çalışmada önerilen matematiksel modellerin amaç fonksiyonu değerleri ve çözüm sürelerini göstermektedir. Tabloların satırlarında ise sonuçlar, kullanılan İHA sayısına göre gruplanmış halde bulunmaktadır. Tablo 1'de test örneklerinin yerleştirildiği yüzey genişliği $d = 20$ olan örneklerin sonuçlarına yer verilmişken, benzer şekilde Tablo 2'de $d = 30$ olan örneklerin sonuçları gösterilmiştir. Bu tablolarda kalın ve italik olarak işaretlenen veriler ise ilgili koşumda optimal çözümün elde edildiğini göstermektedir.

Karar Değişkenleri:

u : ihtiyaç duyulan en az İHA sayısı

Tablo 1. $d = 20$ için matematiksel modellerin karşılaştırılması.
Table 1. Comparison of mathematical models for $d=20$.

Problem Adı	v_d	u	2A-İRPt				2A-İRPç			
			$M_{2A-İRPt}^{Vu}$		$M_{2A-İRPt}^{Yeni}$		$M_{2A-İRPç}^{Vu}$		$M_{2A-İRPç}^{Yeni}$	
			AFD	Süre (s)	AFD	Süre (s)	AFD	Süre (s)	AFD	Süre (s)
$u = u_{min}$										
20-8-14	40	2	4.112	8.77	4.112	0.08	2.448	2.30	2.448	0.11
20-8-14	50	2	3.524	10.48	3.524	0.11	2.189	5.03	2.189	0.12
20-8-14	60	2	3.139	11.56	3.139	0.16	2.015	3.23	2.015	0.16
20-8-14	70	2	2.948	11.81	2.948	0.19	1.892	3.30	1.892	0.17
20-8-14	80	2	2.804	8.70	2.804	0.19	1.757	3.48	1.757	0.16
20-11-11	40	2	2.527	600	2.527	0.25	2.162	600	2.162	0.17
20-11-11	50	2	2.262	600	2.262	0.5	1.909	600	1.909	0.09
20-11-11	60	2	2.085	600	2.085	1.12	1.718	600	1.707	0.11
20-11-11	70	2	2.217	600	1.958	1.05	1.563	600	1.563	0.17
20-11-11	80	2	1.864	600	1.864	1.28	1.442	600	1.442	0.22
Ortalama			2.748	305.13	2.722	0.49	1.910	301.73	1.908	0.15
$u = u_{min} + 1$										
20-8-14	40	3	2.767	9.64	2.767	0.22	2.028	3.02	2.028	0.11
20-8-14	50	3	2.483	10.52	2.483	0.28	1.852	5.11	1.852	0.16
20-8-14	60	3	2.295	15.67	2.295	0.77	1.621	4.69	1.621	0.38
20-8-14	70	3	2.160	14.14	2.160	0.75	1.454	4.70	1.454	0.24
20-8-14	80	3	2.058	12.53	2.058	0.94	1.328	3.69	1.328	0.20
20-11-11	40	3	2.088	600	2.063	0.14	1.963	600	1.963	0.33
20-11-11	50	3	1.861	600	1.861	0.34	1.563	600	1.563	0.33
20-11-11	60	3	1.670	600	1.670	0.31	1.410	600	1.335	0.28
20-11-11	70	3	1.593	600	1.553	0.34	1.295	600	1.208	0.24
20-11-11	80	3	1.674	600	1.465	0.22	1.114	600	1.114	0.16
Ortalama			2.065	306.25	2.038	0.43	1.563	302.12	1.547	0.24
$u = u_{min} + 2$										
20-8-14	40	4	2.276	8.11	2.276	0.11	1.961	3.12	1.961	0.20
20-8-14	50	4	2.061	7.88	2.061	0.11	1.775	3.27	1.775	0.20
20-8-14	60	4	1.918	11.95	1.918	0.2	1.330	5.38	1.330	0.19
20-8-14	70	4	1.815	9.30	1.815	0.23	1.205	5.45	1.205	0.42
20-8-14	80	4	1.738	9.83	1.738	0.28	1.110	5.73	1.110	0.17
20-11-11	40	4	1.964	600	1.963	0.14	1.864	600	1.864	0.45
20-11-11	50	4	1.761	600	1.612	0.09	1.335	600	1.335	0.20
20-11-11	60	4	1.476	600	1.458	0.12	1.125	600	1.125	0.25
20-11-11	70	4	1.536	600	1.357	0.11	1.125	600	1.029	0.17
20-11-11	80	4	1.457	600	1.281	0.14	0.956	600	0.956	0.22
Ortalama			1.800	304.71	1.748	0.15	1.379	302.30	1.369	0.25
$u = u_{min} + 3$										
20-8-14	40	5	2.027	7.97	2.027	0.08	1.953	4.06	1.953	0.22
20-8-14	50	5	1.851	6.62	1.851	0.09	1.684	3.75	1.684	0.20
20-8-14	60	5	1.599	8.12	1.599	0.09	1.158	10.25	1.158	0.19
20-8-14	70	5	1.485	8.44	1.485	0.09	1.057	5.28	1.057	0.22
20-8-14	80	5	1.400	8.03	1.400	0.08	0.981	5.20	0.981	0.16
20-11-11	40	5	1.940	600	1.850	0.09	1.800	600	1.800	0.23
20-11-11	50	5	1.624	600	1.536	0.08	1.217	600	1.217	0.28
20-11-11	60	5	1.413	600	1.413	0.11	1.065	600	1.009	0.33
20-11-11	70	5	1.464	600	1.319	0.14	1.041	600	0.929	0.19
20-11-11	80	5	1.420	600	1.248	0.11	0.869	600	0.869	0.20
Ortalama			1.622	303.92	1.573	0.10	1.283	302.85	1.266	0.22
Genel Ortalama			2.059	305.00	2.020	0.29	1.533	302.25	1.522	0.22

Tablo 2. $d = 30$ için matematiksel modellerin karşılaştırılması.
Table 2. Comparison of mathematical models for $d=30$.

		2A-İRPt				2A-İRPç				
Problem			$M_{2A-İRPt}^{Vu}$		$M_{2A-İRPt}^{Yeni}$		$M_{2A-İRPç}^{Vu}$		$M_{2A-İRPç}^{Yeni}$	
Adı	v_d	u	AFD	Süre (s)	AFD	Süre (s)	AFD	Süre (s)	AFD	Süre (s)
$u = u_{min}$										
30-11-22	40	3	5.043	600	5.043	0.31	4.243	600	4.243	1.17
30-11-22	50	3	4.476	600	4.468	9.61	3.217	600	3.217	0.86
30-11-22	60	3	4.493	600	4.123	22.95	2.914	600	2.914	1.09
30-11-22	70	3	3.912	600	3.877	60.80	2.698	600	2.698	0.53
30-11-22	80	3	3.995	600	3.692	102.50	2.388	600	2.388	2.03
30-17-16	40	2	4.977	600	4.478	1.95	4.115	600	4.115	2.19
30-17-16	50	2	5.232	600	3.933	27.28	3.235	600	3.235	2.06
30-17-16	60	2	4.133	600	3.561	159.05	2.997	600	2.954	1.95
30-17-16	70	2	3.823	600	3.280	449.22	2.665	600	2.665	0.62
30-17-16	80	2	3.913	600	3.066	366.22	2.420	600	2.420	0.77
Ortalama			4.400	600	3.952	119.99	3.089	600	3.085	1.33
$u = u_{min} + 1$										
30-11-22	40	4	4.166	600	4.123	0.25	3.810	600	3.810	0.31
30-11-22	50	4	3.722	600	3.604	6.16	2.791	600	2.791	1.27
30-11-22	60	4	3.459	600	3.286	2.36	2.559	600	2.559	0.45
30-11-22	70	4	3.230	600	3.060	2.88	2.394	600	2.394	0.64
30-11-22	80	4	2.890	600	2.890	3.03	2.046	600	2.043	3.11
30-17-16	40	3	4.145	600	4.110	2.92	3.734	600	3.734	3.05
30-17-16	50	3	3.299	600	3.177	5.84	2.860	600	2.860	6.45
30-17-16	60	3	3.846	600	2.889	9.81	2.632	600	2.632	3.59
30-17-16	70	3	3.184	600	2.683	10.44	2.287	600	2.287	0.80
30-17-16	80	3	3.018	600	2.529	18.14	1.932	600	1.929	0.92
Ortalama			3.496	600	3.235	6.18	2.705	600	2.704	2.06
$u = u_{min} + 2$										
30-11-22	40	5	3.790	600	3.790	0.12	3.678	600	3.678	0.30
30-11-22	50	5	3.422	600	3.119	0.45	2.641	600	2.641	0.39
30-11-22	60	5	3.052	600	2.858	0.42	2.434	600	2.434	0.45
30-11-22	70	5	3.001	600	2.671	0.45	2.286	600	2.286	0.48
30-11-22	80	5	2.531	600	2.531	1.94	1.841	600	1.841	0.72
30-17-16	40	4	3.766	600	3.766	1.78	3.706	600	3.695	2.56
30-17-16	50	4	3.386	600	2.946	4.44	2.708	600	2.708	6.17
30-17-16	60	4	2.714	600	2.682	4.83	2.515	600	2.492	4.88
30-17-16	70	4	2.926	600	2.359	4.67	2.049	600	2.049	1.17
30-17-16	80	4	2.719	600	2.220	5.91	1.875	600	1.639	3.75
Ortalama			3.131	600	2.894	2.50	2.573	600	2.546	2.09
$u = u_{min} + 3$										
30-11-22	40	6	3.832	600	3.790	0.12	3.678	600	3.678	0.28
30-11-22	50	6	3.004	600	3.004	0.41	2.641	600	2.641	0.48
30-11-22	60	6	2.952	600	2.735	0.34	2.434	600	2.434	0.56
30-11-22	70	6	2.847	600	2.545	0.28	2.286	600	2.286	0.75
30-11-22	80	6	2.401	600	2.401	0.45	1.746	600	1.746	0.80
30-17-16	40	5	3.706	600	3.695	0.58	3.695	600	3.695	2.80
30-17-16	50	5	3.026	600	2.767	0.61	2.711	600	2.703	5.62
30-17-16	60	5	3.245	600	2.539	2.95	2.511	600	2.480	7.27
30-17-16	70	5	2.244	600	2.239	1.16	1.888	600	1.888	1.47
30-17-16	80	5	2.120	600	2.021	0.95	1.435	600	1.435	1.05
Ortalama			2.938	600	2.774	0.79	2.503	600	2.499	2.11
Genel Ortalama			3.491	600	3.214	32.36	2.717	600	2.708	1.90

Tablo 1 ve 2 incelendiğinde, önerilen matematiksel modellerin, İHA'ların tekli ve çoklu kullanımları dahil tüm test örneklerinde, oldukça kısa sürelerde optimal çözümleri elde

ettiği görülmektedir. $d = 20$ için tüm örnekler bir saniyenin altında bir sürede çözülürken, $d = 30$ için çözüm süreleri, İHA'ların tekli kullanımında ortalama yaklaşık 32 saniye, çoklu kullanımında ise ortalama yaklaşık 2 saniye şeklinde gerçekleşmiştir. Aynı problemler için Vu vd. [4] tarafından geliştirilen modeller ise iyi sonuçlar üretememiştir. Toplamda 160 koşumdan 40 tanesinde optimal çözümler elde edilmiştir ve bunların hepsi $d = 20$ için üretilen örneklerindendir. Ortalama çözüm süreleri ise 5 dakikanın üzerindedir. Aynı tablolarda sunulan sonuçlara göre, Vu vd. [4] tarafından geliştirilen modellerin 160 problemde 100'ünde optimal çözüme ulaştığı görülmektedir. Ancak bu 100 problemde yalnızca 40'ında optimal çözüme doğrudan ulaşılmış, geri kalan 60 problemde ise 10 dakikalık çözüm süresi sonunda elde edilen sonuçların, bu çalışmada önerilen modellerle elde edilen ve optimal olduğu ispatlanmış çözümlerle aynı olduğu tespit edilmiştir. Yani bu durum Vu vd. [4] tarafından geliştirilen modellerin ilgili 60 adet test örneğinde optimal çözümleri elde ettiğini değil, 10 dakikalık koşum sonucunda bulduğu sonucun iyi sonuçlar olduğunu göstermektedir. Tablo 1 ve 2'de kalın ve italik olmamasına rağmen çözüm süresi 600 saniye (10 dakika) olan test örnekleri bu durumu göstermektedir. Bu sonuçlar açık bir şekilde gösteriyor ki önerilen matematiksel modeller aynı problemlerin çözümünü için literatürde bulunan matematiksel modellerden açık ara daha iyi performans sergilemektedir. Tablo 1 ve 2'de İHA'ların tekli ve çoklu kullanımının problemin çözüm zorluğu üzerindeki etkisi de görülmektedir. $d = 20$ için çözüm süreleri birbirine çok yakın olmakla birlikte $d = 30$ için İHA'ların tekli ve çoklu kullanımı için çözüm süreleri sırasıyla ortalama yaklaşık 32 saniye ve 1,9 saniyedir. Buna göre İHA'ların tekli kullanımı durumlarda problemin çözüm zorluğunun arttığı ve çözüm süresinin uzadığı gözlemlenmektedir.

Araçta bulunan İHA sayısının problemin zorluğu üzerindeki etkisi incelendiğinde ise, optimal çözümün çok kısa sürede elde edildiği problemlerde bu pek anlaşılamasa da $d = 30$ için İHA'ların tekli kullanıldığı test örneklerinde İHA sayısının artması çözüm süresinin ciddi bir şekilde azalmasına sebep olmuştur. Buna göre İHA sayısı azaldıkça problemin zorlaştığı söylenebilir. Yine aynı test örneği gurubundaki sonuçlara göre mobil depo sayısının artması, çözüm süresini 10 saniyeden 54 saniyeye çıkarmıştır. Bu durum mobil depo sayısının artışının problemin çözümünü zorlaştırdığını göstermektedir. Müşteri sayısındaki değişimin ise problemin zorluğunda anlamlı bir etki gösterdiğine dair bir bulguya ise rastlanmamıştır.

4.3 2A-İTDRP için deneysel çalışmalar

2A-İTDRP ilk kez bu çalışmada ele alındığından, geliştirilen modellerin test edilmesi için test örneklerinin oluşturulmasına ihtiyaç duyulmaktadır. 2A-İTDRP ile 2A-İRP arasındaki temel fark bir müşterinin ya toplama ya da dağıtım müşterisi olmasıdır. Bu özelliği sayesinde 4.1 bölümünde 2A-İRP için üretilen test örneklerinden faydalanılarak 2A-İTDRP için yeni test örnekleri üretilmiştir. Buna göre 2A-İRP için üretilen test örneklerindeki müşteriler toplama ve dağıtım müşterisi olarak ayrılmıştır. Bu ayırma üç farklı şekilde yapılmıştır. Birincide tüm müşterilerin dağıtım müşterisi olduğu, ikincisinin müşterilerin %75'inin dağıtım %25'inin toplama müşterisi olduğu, üçüncüsünde ise müşterilerin %50'sinin dağıtım %50'sinin toplama müşterisi olacak şekilde ayrılmıştır. Dağıtım müşterisi sayısı, toplam müşteri sayısının ayrılma oranı ile çarpılmasıyla elde edilen değerin yukarı yuvarlanması sonucunda belirlenmiştir. Toplam müşteri sayısından dağıtım müşterisi sayısının çıkarılmasıyla ise toplama müşterisi sayısı elde edilmiştir. Örneğin 14 müşteri olan (20-8-14) problemde

ayrılma oranı %50 için 7 dağıtım, 7 toplama müşterisi olarak ayrılırken %75 için $14 \times 0.75 = 10.5 \approx 11$ dağıtım, $14 - 11 = 3$ toplama müşterisi olarak ayrılmıştır. Şunu da belirtmek gerekir ki tüm müşterilerin dağıtım ya da toplama müşterisi olduğu durumda problem 2A-İRP'ye dönüşmektedir. Bu nedenle 2A-İTDRP için geliştirilen matematiksel modeller ile elde edilen optimal çözümler 2A-İRP ile elde edilen çözümler ile aynı olmak zorundadır. Bu sayede 2A-İTDRP için geliştirilen matematiksel modellerin doğruluğu test edilebilmektedir. Yapılan deneysel çalışmalarda, tüm müşterilerin dağıtım müşterisi olduğu test problemlerinin tamamında elde edilen optimal çözümlerin 2A-İRP ile elde edilen çözümler ile aynı olduğu görülmüştür. Bu durum 2A-İTDRP için geliştirilen matematiksel modellerin doğru çalıştığını ispatlamaktadır. Ancak yer sıkıntısından dolayı detaylı sonuçlar tablolastırılmamıştır.

Elde edilen sonuçlar Tablo 3, Tablo 4 ve Tablo 5'te sunulmuştur. Bu tablolarda ilk sütun problem adını, v_d sütunu İHA'ların hızını, u sütunu ise örnekte kullanılan İHA sayısını göstermektedir. Takip eden üçer sütunda ise sırasıyla, 2A-İTDRPt ve 2A-İTDRPç için bu çalışmada geliştirilen matematiksel modellerin, müşterilerin %50-%50 ve %75-%25 şeklinde dağıtım ve toplama müşterisi olarak ayrıştırıldığı test örneklerinden elde edilen, amaç fonksiyonu değerleri (AFD), çözüm süreleri (Süre) ve çözümde uğranılan mobil depo sayılarını (MDS) göstermektedir. Tabloların satırlarında ise sonuçlar kullanılan İHA sayısına göre ($u = u_{min}, u_{min} + 1, u_{min} + 2, u_{min} + 3$) gruplanmış halde bulunmaktadır. Tablo 3, 4 ve 5'te, yüzey genişliği, sırasıyla $d = 20, 30$ ve 40 olan test örneklerinin detaylı şekilde gösterilmiştir. Bu örneklerde çözüm süresi için 1 saatlik süre sınırı kullanılmıştır.

Tablo 3 ve 4 incelendiğinde, tüm problemlerde optimal çözümlerin oldukça kısa sürelerde elde edildiği görülmektedir. $d = 20$ için ortalama çözüm süreleri 2 saniye civarında iken $d = 30$ için bu süre ortalama İHA'ların tekli kullanımında ortalama 38 saniye, çoklu kullanımında ise ortalama yaklaşık 4 saniye şeklinde gerçekleşmiştir. Bir tanesi hariç ($d = 30$ için 30-17-16 örneğinde dağıtım ve toplama müşterilerinin %75-%25 şeklinde ayrıştırıldığı 2A-İTDRPt örneği) tüm örneklerde 10 dakikadan daha kısa sürelerde optimal çözümler elde edilmiştir. Bu sonuçlar geliştirilen matematiksel modellerin etkin çözümler üretebildiğinin bir göstergesidir.

Bir önceki bölümde 2A-İRP örnekleri için elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar 2A-İTDRP örnekleri için de elde edilmiştir. $d = 20$ için çözüm süreleri birbirine çok yakın olmakla birlikte $d = 30$ için İHA'ların tekli ve çoklu kullanımı için ortalama çözüm süreleri sırasıyla yaklaşık 10 saniye ve 4 saniyedir. Bu problemlerde de İHA'ların tekli kullanımı durumlarda problemin çözüm zorluğunun arttığı ve çözüm süresinin uzadığı gözlemlenmektedir. Daha büyük boyutlu problemleri içeren Tablo 5 incelendiğinde, İHA tekli kullanım senaryosunda yer alan 80 problemde 71'inde optimal çözüme ulaşılmış, ancak 9 problemde optimal sonuç elde edilememiştir. Optimal sonuca ulaşılamayan bu problemler, İHA sayısının 2 ve 3 olduğu durumlara aittir. Buna karşın, İHA sayısının 4 ve 5 olduğu tüm problemlerde optimal çözümler elde edilmiştir. İHA'ların çoklu kullanım senaryosunda yer alan 80 problem tamamında optimal sonuçlara ulaşılmıştır. Ayrıca, İHA'ların tekli kullanımda ortalama çözüm süresi 533 saniye iken, İHA'ların çoklu kullanımda bu süre ortalama 118 saniye olarak kaydedilmiştir.

Tablo 3. 2A-İTDRPt ve 2A-İTDRPç örneklerinde $d = 20$ için matematiksel modellerin karşılaştırılması.
Table 3. Comparison of mathematical models for $d=20$ in 2A-İTDRPt and 2A-İTDRPç instances.

Problem Adı	v_d	u	2A-İTDRPt						2A-İTDRPç					
			%50			%75			%50			%75		
			AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS
$u = u_{min}$														
20-8-14	40	2	2.627	0.30	4	3.413	0.95	6	2.283	0.14	3	2.341	0.16	3
20-8-14	50	2	2.342	1.02	4	3.032	2.22	6	2.057	0.14	3	2.103	0.27	3
20-8-14	60	2	2.152	6.00	4	2.734	7.31	6	1.730	0.11	1	1.842	0.22	2
20-8-14	70	2	2.016	11.23	4	2.558	11.55	6	1.542	0.11	1	1.684	0.30	2
20-8-14	80	2	1.914	36.17	4	2.426	13.86	6	1.406	0.16	1	1.534	0.28	1
20-11-11	40	2	2.083	0.41	3	2.394	0.81	5	2.037	0.14	3	2.105	0.16	4
20-11-11	50	2	1.856	1.64	3	2.145	2.88	5	1.732	0.28	2	1.851	0.20	3
20-11-11	60	2	1.504	1.38	3	1.979	3.50	5	1.321	0.14	1	1.664	0.19	2
20-11-11	70	2	1.397	1.14	3	1.861	4.44	5	1.197	0.25	1	1.495	0.14	1
20-11-11	80	2	1.316	1.48	3	1.772	6.36	5	1.103	0.08	1	1.364	0.23	1
Ortalama			1.921	6.08	3.5	2.431	5.39	5.5	1.641	0.16	1.7	1.798	0.22	2.2
$u = u_{min} + 1$														
20-8-14	40	3	2.135	0.19	3	2.398	0.27	4	1.990	0.19	3	1.990	0.25	3
20-8-14	50	3	1.938	0.25	3	2.158	0.83	4	1.794	0.28	2	1.806	0.23	2
20-8-14	60	3	1.633	1.56	3	1.967	2.41	4	1.328	0.34	1	1.416	0.31	1
20-8-14	70	3	1.514	1.67	3	1.858	2.94	4	1.194	0.31	1	1.278	0.19	1
20-8-14	80	3	1.425	3.33	3	1.776	3.41	4	1.101	0.34	1	1.175	0.19	1
20-11-11	40	3	1.813	0.11	2	2.013	0.16	4	1.813	0.19	2	1.940	0.39	3
20-11-11	50	3	1.612	0.75	3	1.748	0.69	3	1.387	0.30	1	1.490	0.19	1
20-11-11	60	3	1.180	0.47	2	1.590	1.72	3	1.038	0.17	1	1.268	0.31	1
20-11-11	70	3	1.083	0.48	2	1.477	2.36	3	0.954	0.19	1	1.151	0.17	1
20-11-11	80	3	1.010	0.56	2	1.393	2.05	3	0.891	0.11	1	1.063	0.27	1
Ortalama			1.534	0.94	2.6	1.838	1.68	3.6	1.349	0.24	1.4	1.458	0.25	1.5
$u = u_{min} + 2$														
20-8-14	40	4	1.961	0.09	3	2.068	0.11	3	1.958	0.30	2	1.961	0.27	3
20-8-14	50	4	1.799	0.11	3	1.885	0.28	3	1.651	0.34	2	1.684	0.30	2
20-8-14	60	4	1.237	0.41	2	1.609	1.17	3	1.131	0.33	1	1.184	0.28	1
20-8-14	70	4	1.131	0.70	2	1.493	1.59	3	1.025	0.59	1	1.079	0.31	1
20-8-14	80	4	1.053	1.20	2	1.407	1.47	3	0.953	0.38	1	1.001	0.25	1
20-11-11	40	4	1.800	0.11	2	1.863	0.09	3	1.800	0.25	2	1.801	0.41	2
20-11-11	50	4	1.415	0.44	2	1.571	0.22	3	1.231	0.28	1	1.324	0.38	1
20-11-11	60	4	1.074	0.44	2	1.443	0.69	3	0.904	0.25	1	1.072	0.34	1
20-11-11	70	4	0.992	0.47	2	1.344	1.67	3	0.839	0.20	1	0.983	0.34	1
20-11-11	80	4	0.931	0.39	2	1.270	1.59	3	0.791	0.12	1	0.916	0.22	1
Ortalama			1.339	0.44	2.2	1.595	0.89	3.0	1.228	0.30	1.3	1.301	0.31	1.4
$u = u_{min} + 3$														
20-8-14	40	5	1.953	0.08	2	2.027	0.09	3	1.953	0.38	2	1.953	0.36	2
20-8-14	50	5	1.772	0.11	2	1.851	0.27	3	1.616	0.58	2	1.616	0.31	2
20-8-14	60	5	1.141	0.45	2	1.481	0.47	3	1.024	0.41	1	1.055	0.34	1
20-8-14	70	5	1.049	0.55	2	1.384	0.73	3	0.914	0.39	1	0.969	0.33	1
20-8-14	80	5	0.981	0.88	2	1.311	0.70	3	0.856	0.28	1	0.904	0.36	1
20-11-11	40	5	1.800	0.09	2	1.800	0.09	2	1.800	0.83	2	1.800	0.38	2
20-11-11	50	5	1.342	0.20	2	1.415	0.14	2	1.082	0.17	1	1.191	0.45	1
20-11-11	60	5	1.020	0.38	2	1.228	0.36	2	0.896	0.28	1	0.979	0.48	1
20-11-11	70	5	0.946	0.53	2	1.124	0.42	2	0.832	0.25	1	0.903	0.30	1
20-11-11	80	5	0.890	0.23	2	1.046	0.38	2	0.785	0.20	1	0.847	0.39	1
Ortalama			1.289	0.35	2.0	1.467	0.37	2.5	1.176	0.38	1.3	1.222	0.37	1.3
Genel Ortalama			1.521	1.95	2.6	1.833	2.08	3.7	1.348	0.27	1.4	1.445	0.29	1.6

Tablo 4. 2A-İTDRPt ve 2A-İTDRPç örneklerinde $d = 30$ için matematiksel modellerin karşılaştırılması.Table 4. Comparison of mathematical models for $d=30$ in 2A-İTDRPt and 2A-İTDRPç instances.

Problem Adı	v_d	u	2A-İTDRPt						2A-İTDRPç					
			%50			%75			%50			%75		
			AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS
$u = u_{min}$														
30-11-22	40	3	4.012	1.59	5	4.169	0.44	6	3.847	1.28	4	3.927	0.52	4
30-11-22	50	3	3.181	4.06	5	3.649	25.89	6	3.034	16.67	3	2.924	0.70	3
30-11-22	60	3	2.909	8.98	5	3.324	47.67	6	2.649	5.73	3	2.670	1.55	3
30-11-22	70	3	2.715	20.25	5	3.092	83.30	6	2.471	5.53	3	2.481	0.72	3
30-11-22	80	3	2.569	68.45	5	2.918	100.77	6	2.130	15.12	2	2.099	0.89	2
30-17-16	40	2	4.236	12.53	7	4.236	3.22	7	4.001	2.91	5	3.983	2.95	5
30-17-16	50	2	3.277	24.05	7	3.385	25.77	6	3.059	3.17	4	3.147	7.27	4
30-17-16	60	2	2.935	60.92	5	3.020	71.47	6	2.757	2.62	4	2.824	2.66	4
30-17-16	70	2	2.638	137.17	5	2.796	1540.72	6	2.416	3.36	3	2.405	0.67	3
30-17-16	80	2	2.464	236.70	5	2.628	320.59	6	2.017	0.97	2	2.107	0.78	2
Ortalama			3.094	57.47	5.4	3.322	221.98	6.1	2.838	5.74	3.3	2.857	1.87	3.3
$u = u_{min} + 1$														
30-11-22	40	4	3.697	0.19	5	3.827	0.20	5	3.697	0.36	4	3.697	0.39	4
30-11-22	50	4	2.714	0.45	4	3.119	3.22	5	2.697	3.56	3	2.650	0.61	3
30-11-22	60	4	2.495	2.27	4	2.858	3.44	5	2.470	4.94	3	2.442	0.67	3
30-11-22	70	4	2.339	2.98	4	2.671	5.66	5	2.317	5.23	3	2.293	3.12	3
30-11-22	80	4	2.221	6.03	4	2.531	11.92	5	1.873	6.72	2	1.842	0.61	2
30-17-16	40	3	3.775	2.67	6	3.784	2.83	5	3.695	2.38	4	3.695	4.50	4
30-17-16	50	3	2.840	4.02	5	2.903	4.31	6	2.798	6.77	3	2.783	9.34	3
30-17-16	60	3	2.533	5.62	4	2.646	8.09	4	2.533	11.17	3	2.509	4.49	3
30-17-16	70	3	2.251	12.41	4	2.384	16.48	4	2.055	1.45	2	2.089	0.80	2
30-17-16	80	3	1.974	12.58	4	2.184	23.70	4	1.567	1.02	1	1.672	1.00	1
Ortalama			2.684	4.92	4.4	2.891	7.99	4.8	2.570	4.36	2.8	2.567	2.55	2.8
$u = u_{min} + 2$														
30-11-22	40	5	3.681	0.17	6	3.749	0.17	6	3.678	0.55	4	3.678	0.39	4
30-11-22	50	5	2.645	0.52	4	2.836	1.17	4	2.641	2.41	3	2.641	0.72	3
30-11-22	60	5	2.437	0.94	4	2.596	0.62	4	2.434	3.59	3	2.434	2.59	3
30-11-22	70	5	2.289	0.95	4	2.425	2.12	4	2.286	4.88	3	2.286	2.89	3
30-11-22	80	5	2.172	9.47	3	2.297	3.23	4	1.743	18.78	2	1.716	1.00	2
30-17-16	40	4	3.695	1.94	5	3.695	0.56	4	3.695	3.83	4	3.695	3.31	4
30-17-16	50	4	2.711	2.47	5	2.725	2.14	4	2.703	6.83	3	2.703	7.88	3
30-17-16	60	4	2.480	3.53	4	2.504	4.45	5	2.480	10.56	3	2.480	7.47	3
30-17-16	70	4	1.893	1.69	2	2.179	4.86	3	1.892	1.48	2	1.888	1.12	2
30-17-16	80	4	1.758	5.09	3	1.959	9.81	3	1.337	1.45	1	1.411	0.78	1
Ortalama			2.576	2.68	4	2.697	2.91	4.1	2.489	5.44	2.8	2.493	2.82	2.8
$u = u_{min} + 3$														
30-11-22	40	6	3.678	0.16	4	3.678	0.14	6	3.678	2.20	4	3.678	0.58	4
30-11-22	50	6	2.641	0.33	4	2.641	0.30	3	2.641	3.23	3	2.641	2.41	3
30-11-22	60	6	2.434	0.44	4	2.434	0.48	4	2.434	5.53	3	2.434	3.34	3
30-11-22	70	6	2.286	0.91	4	2.286	0.61	4	2.286	6.05	3	2.286	2.98	3
30-11-22	80	6	1.861	0.95	2	2.175	2.94	4	1.692	15.80	2	1.692	2.78	2
30-17-16	40	5	3.695	1.42	6	3.695	1.44	5	3.695	3.73	4	3.695	3.36	4
30-17-16	50	5	2.703	1.88	6	2.703	1.78	5	2.703	8.02	3	2.703	9.03	3
30-17-16	60	5	2.480	3.16	3	2.480	2.66	5	2.480	11.67	3	2.480	11.67	3
30-17-16	70	5	1.888	1.25	2	2.048	3.97	3	1.888	4.39	2	1.888	1.24	2
30-17-16	80	5	1.536	1.69	2	1.758	2.05	3	1.241	3.05	1	1.259	1.48	1
Ortalama			2.520	1.22	3.7	2.590	1.64	4.2	2.474	6.37	2.8	2.476	3.89	2.8
Genel Ortalama			2.718	16.57	4.4	2.875	58.63	4.8	2.593	5.47	2.9	2.598	2.78	2.9

Tablo 5. 2A-İTDRPt ve 2A-İTDRPç örneklerinde $d = 40$ için matematiksel modellerin karşılaştırılması.Table 5. Comparison of mathematical models for $d=40$ in 2A-İTDRPt and 2A-İTDRPç instances.

Problem Adı	v_d	u	2A-İTDRPt						2A-İTDRPç					
			%50			%75			%50			%75		
			AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS	AFD	Süre (s)	MDS
$u = u_{min}$														
40-16-28	40	2	7.601	1.33	12	7.884	0.19	13	7.217	3.00	10	7.397	8.73	9
40-16-28	50	2	6.686	51.19	12	6.838	6.64	11	6.398	20.75	9	6.513	20.23	8
40-16-28	60	2	6.073	1319.42	11	6.210	157.69	11	5.805	64.34	8	5.792	77.39	7
40-16-28	70	2	5.698	3600.00	11	5.808	3600.00	11	5.447	267.94	8	5.358	66.28	5
40-16-28	80	2	5.485	3600.00	11	5.507	3600.00	11	4.748	11.05	4	4.718	8.53	3
40-22-22	40	2	7.953	0.62	12	8.100	1.61	12	7.284	0.86	9	7.279	0.97	9
40-22-22	50	2	6.557	7.14	11	6.447	6.03	10	6.003	5.20	7	5.856	1.64	6
40-22-22	60	2	5.910	51.20	9	5.864	58.52	11	5.373	5.45	5	5.322	4.53	6
40-22-22	70	2	5.267	1009.49	9	5.114	587.73	10	4.751	1.58	4	4.471	1.39	4
40-22-22	80	2	4.837	3600.00	8	4.768	3600.00	10	4.298	3.28	3	3.958	1.08	3
Ortalama			6.207	1324.04	10.6	6.254	1161.84	11.0	5.732	38.35	6.7	5.666	19.08	6.0
$u = u_{min} + 1$														
40-16-28	40	3	6.610	0.72	10	6.807	0.88	9	6.407	4.26	7	6.608	15.41	7
40-16-28	50	3	5.941	23.91	9	5.949	16.55	9	5.664	36.31	7	5.792	32.81	8
40-16-28	60	3	5.394	2007.45	8	5.247	128.95	9	5.135	863.05	6	5.143	550.95	7
40-16-28	70	3	5.079	3600.00	8	4.905	947.89	7	4.729	151.34	5	4.674	107.48	5
40-16-28	80	3	4.539	3600.00	6	4.673	3600.00	7	3.786	20.12	3	3.759	6.53	3
40-22-22	40	3	6.992	1.00	10	6.903	0.73	10	6.764	3.67	8	6.764	3.72	8
40-22-22	50	3	5.611	2.02	7	5.560	3.16	7	5.121	1.89	5	5.129	4.03	5
40-22-22	60	3	5.018	9.30	6	5.038	24.50	7	4.676	23.75	4	4.703	53.53	5
40-22-22	70	3	4.216	153.55	6	4.034	47.48	7	3.966	106.47	3	3.650	7.14	3
40-22-22	80	3	3.849	951.62	7	3.743	337.56	7	3.466	61.09	3	3.226	8.98	3
Ortalama			5.325	1034.96	7.7	5.286	510.77	7.9	4.971	127.20	5.1	4.945	79.06	5.4
$u = u_{min} + 2$														
40-16-28	40	4	6.330	0.53	9	6.488	0.64	8	6.270	12.83	7	6.330	11.39	7
40-16-28	50	4	5.576	4.83	9	5.672	4.20	8	5.496	298.41	7	5.537	72.38	7
40-16-28	60	4	4.988	193.14	7	4.968	103.44	6	4.883	1683.75	6	4.874	220.16	5
40-16-28	70	4	4.651	664.67	6	4.579	114.70	7	4.405	545.98	4	4.390	1407.16	4
40-16-28	80	4	3.911	88.41	5	4.214	542.42	6	3.348	131.02	3	3.313	6.49	3
40-22-22	40	4	6.681	0.39	10	6.681	0.30	9	6.631	4.41	8	6.631	5.38	8
40-22-22	50	4	5.227	1.14	7	4.961	0.77	6	4.895	3.98	5	4.895	4.06	5
40-22-22	60	4	4.581	2.80	5	4.589	4.55	6	4.365	19.78	5	4.391	37.88	5
40-22-22	70	4	3.703	45.66	7	3.577	13.55	6	3.531	88.41	3	3.223	1.83	3
40-22-22	80	4	3.179	26.52	5	3.234	39.02	6	3.059	60.36	3	2.851	1.70	3
Ortalama			4.883	102.81	7.0	4.896	82.36	6.8	4.688	284.89	5.1	4.644	176.84	5.0
$u = u_{min} + 3$														
40-16-28	40	5	6.270	0.48	9	6.274	0.53	8	6.270	38.92	7	6.270	40.25	7
40-16-28	50	5	5.470	4.92	7	5.478	1.56	8	5.458	166.97	7	5.460	63.20	7
40-16-28	60	5	4.745	49.00	6	4.694	31.16	5	4.679	755.80	5	4.694	175.09	5
40-16-28	70	5	4.449	230.88	5	4.332	45.39	6	4.245	524.81	4	4.208	159.20	4
40-16-28	80	5	3.602	17.97	5	3.845	78.61	5	3.075	176.47	3	3.086	19.98	3
40-22-22	40	5	6.631	0.50	8	6.631	0.58	8	6.631	3.97	8	6.631	4.17	8
40-22-22	50	5	5.141	1.09	7	4.895	0.66	6	4.895	5.45	5	4.895	6.17	5
40-22-22	60	5	4.408	2.53	5	4.350	1.91	6	4.194	8.88	4	4.230	8.59	4
40-22-22	70	5	3.428	8.09	4	3.395	8.61	5	3.277	29.38	3	3.191	7.73	3
40-22-22	80	5	2.879	3.23	4	3.016	12.97	6	2.842	11.55	3	2.814	6.58	3
Ortalama			4.702	31.87	6.0	4.691	18.20	6.3	4.557	172.22	4.9	4.548	49.10	4.9
Genel Ortalama			5.279	623.42	7.8	5.282	443.29	8.0	4.987	155.66	5.45	4.951	81.02	5.3

Toplama ve dağıtım müşterileri sayılarının dengesi de problemin zorluğunu etkilediği görülmüştür. Toplama ve dağıtım müşterilerinin %50-%50 oranında dağıldığı (her iki müşteri tipinin sayıca eşit olduğu) test örnekleri ile %75-%25 oranında dağıldığı (bir müşteri tipinin diğerine göre yaklaşık üç kat fazla olduğu) test örnekleri karşılaştırıldığında, çözüm sürelerinde farklılıklar gözlemlenmiştir. Ancak bu farklılık İHA'ların tekli ve çoklu kullanımlarına göre değişmektedir. Örneğin 2A-İTDRP için (İHA'ların tekli kullanımında) %50-%50 örnekleri için ortalama çözüm süresi 16.57 saniye iken %75-%25 örnekleri için bu süre 58.63 saniye olarak gerçekleşmiştir. Bu durum müşteri tipleri arasındaki farkın artması 2A-İTDRP için çözüm süresini artırmıştır. 2A-İTDRP için (İHA'ların çoklu kullanımında) ise durum tam tersi şeklinde gerçekleşmiştir. Müşterilerin %50-%50 olarak dağıldığı örnekler için ortalama çözüm süresi 5.47 saniye iken %75-%25 dağıldığı örnekler için bu süre 2.78 saniye olarak gerçekleşmiştir.

2A-İTDRP ile 2A-İRP arasındaki bir diğer ilişki ise aynı test örneği üzerinde 2A-İTDRP'nin en kötü ihtimal ile 2A-İRP'nin bulunduğu sonucu bulmasıdır. Bu durum şu şekilde açıklanabilir. Tüm düğümlerin aynı noktalarda bulunduğu 2A-İTDRP ve 2A-İRP örneklerini ele alındığında, ihtiyaç duyulan süre bilgileri her iki problem için de aynı kalmaktadır. Buradaki tek fark, müşterilerin toplama ya da dağıtım müşterisi olduğudur. Ancak 2A-İTDRP çözümünde bir İHA ile birden fazla müşteriye hizmet etme ihtimali de olduğu (yani çözüm uzayı daha geniş olduğu) için 2A-İTDRP ile daha düşük maliyetli çözümler elde edilebilmektedir. Bu bölümdeki deneysel çalışmalar bu sonucu destekleyecek niteliktedir. Tablo 3 ve 4'te 2A-İTDRP örnekleri için sunulan tüm sonuçlar, Tablo 1 ve 2'de 2A-İRP örnekleri için sunulan sonuçlar ile birebir karşılaştırıldığında 2A-İTDRP örneklerinden elde edilen sonuçların her zaman 2A-İRP örneklerinden elde edilen sonuçlardan daha iyi olduğu görülmektedir. Bu durum 2A-İTDRP'nin 2A-İRP'yi de kapsayan daha genel bir problem olduğunun bir diğer göstergesidir.

Topla dağıt süreçlerinin aynı İHA ile yürütülebildiği yapının daha düşük amaç fonksiyonu değerine sahip olmasının bir gerekçesi de daha az sayıda mobil depoya uğranarak tüm müşterilerin ihtiyaçlarının karşılanabilecek olmasıdır. Şöyle ki, tüm müşterilere hizmet verme zorunluluğu altında, bir mobil depoya uğrandığında hizmet verilen müşteri sayısı arttıkça, uğranması gereken mobil depo sayısı azalacaktır. Bu durum, kara aracının ana depoya daha kısa sürede dönüş yapmasını sağlayacaktır. Benzer şekilde, 2A-İRP örneklerinde gözlemlenen araçtaki İHA sayısının problemin zorluğu üzerindeki etkisi, 2A-İTDRP örnekleri için de geçerlidir. Bu doğrultuda, İHA'ların tekli kullanıldığı testlerde İHA sayısının artması çözüm sürelerinde azalmaya neden olmuştur. Dolayısıyla, İHA sayısı azaldıkça problemin zorlaştığı söylenebilir. Tablo 5'te optimal çözüm elde edilemeyen problemlerin, İHA sayısının daha az olduğu durumlarda olması, çözüm başarısının İHA sayısına bağlı olarak değiştiğine işaret etmektedir.

5 Sonuç ve öneriler

Ürünlerin zamanında teslim edilmesi lojistik sektörünün en önemli amaçlarından biridir. Son dönemlerde İHA teknolojilerindeki hızlı gelişmeler ve lojistik süreçlerinde kullanıma potansiyeli, İHA destekli son kilometre teslimatı ağ yapısı önemli bir odak noktası haline getirmiştir. Bu makalede, İHA destekli rotalama probleminin dört farklı varyasyonu ele alınmıştır ve bu problemlerin çözümü için etkin matematiksel modeller önerilmiştir. Bu modellerden iki tanesi Vu vd. [4]

tarafından önerilen 2A-İRP (İki Aşamalı İnsansız Hava Aracı Destekli Rotalama Problemi) ve 2A-İRPç (herhangi bir İHA'nın birden çok kez kullanılabildiği 2A-İRP varyasyonu) için diğer ikisi ise literatürde ilk defa önerilen 2A-İTDRP (İki Aşamalı İnsansız Hava Aracı Destekli Topla-Dağıt Rotalama Problemi) ve 2A-İTDRPç (herhangi bir İHA'nın birden çok kez kullanılabildiği 2A-İTDRP varyasyonu) için geliştirilmiştir.

İki aşamalı İHA destekli rotalama problemin en temel hali olan 2A-İRP ve 2A-İRPç, Vu vd. [4] tarafından ele alınmış ve çözüm yöntemi olarak hem bir karışık tam sayılı matematiksel model hem de bir sezgisel yöntem geliştirmişlerdir. Vu vd. [4] çalışmalarında müşterilerin sadece tek tip (dağıtım) müşteri olduğu ve İHA'ların bir mobil depodan bir veya birkaç kez kullanılabildiği iki farklı problemi ele almışlardır. Bu makalede, 2A-İRP için tanımlanan her iki problem (İHA tekli ve çoklu kullanım) için de daha kısa sürelerde optimal çözümler üreten ve deneysel olarak Vu vd. [4] tarafından üretilen tüm test örnekleri için oldukça kısa sürelerde optimal çözümlere ulaşan bir matematiksel model önerilmiştir.

İkinci durumda ise müşterilerin dağıtım veya toplama müşterisi olabildiği 2A-İTDRP ve 2A-İTDRPç ilk kez ele alınmış, problem tanımı yapılmış ve çözümü için matematiksel modeller geliştirilmiştir. Bu modellerin etkinliği Vu vd. [4] tarafından literatüre sunulan test örneklerinin 2A-İTDRP'ye uyarlanması (müşteriler dağıtım ve toplama müşterisi olarak ayrılarak) yoluyla oluşturulan örnekler ve Vu vd. [4] tarafından üretilen test örneklerinde kullanılan varsayımlar doğrultusunda üretilen daha büyük boyutlu test örnekleri üzerinde test edilmiştir. Bu uyarlama, tüm müşterilerin dağıtım müşterisi olduğu durum ile müşterilerin %75'inin dağıtım %25'inin toplama müşterisi ve müşterilerin %50'sinin dağıtım %50'sinin toplama müşterisi olduğu şekilde yapılmıştır. Üretilen tüm test problemleri için oldukça kısa sürelerde optimal çözümler elde edilmiştir.

Çalışmada İHA sayısının azalması ve mobil depo sayısının artmasının problem zorluk düzeyini artırdığı gözlemlenmiştir. Buna karşılık, müşteri sayısındaki artışın problem zorluğu üzerinde bir etkisinin bulunduğu dair herhangi bir bulguya rastlanmamıştır. Ayrıca, topla dağıt süreçlerinin aynı İHA ile yürütülebildiği (2A-İTDRP ve 2A-İTDRPç) yapıda, İHA ile sadece bir dağıtım ya da bir toplama işleminin gerçekleştirilebildiği (2A-İRP ve 2A-İRPç) süreçlere göre tur tamamlanma sürelerinin ya aynı ya da daha iyi olduğu da gözlemlenmiştir.

Şimdiye kadar ele alınan problemlerde genellikle tek bir kara aracı kullanılmıştır. Ancak, gelecekteki araştırmalarda birden fazla kara aracının kullanıldığı senaryoların incelenmesi de faydalı olacaktır. Bu tür çalışmalar, daha gerçekçi ve uygulanabilir çözümler üretmek için önem taşımaktadır. Bu doğrultuda, problemlerin daha geniş kapsamlı ve karmaşık yapılarla ele alınması, alana katkı sağlayacak önemli bir adım olacaktır.

6 Conclusions

Delivering products on time is one of the most important objectives of the logistics industry. Recent rapid developments in UAV technologies and their potential to be used in logistics processes have made UAV-assisted last mile delivery network structure an important focus. In this paper, four different two-stage UAV-assisted routing problems are considered. Two of these models are Vu et al. [4] for 2A-İRP (Two-Stage Unmanned Aerial Vehicle Assisted Routing Problem) and 2A-İRPç (2A-İRP variation where any UAV can be used multiple times), while the other two models are developed for 2A-İTDRP (Two-Stage

Unmanned Aerial Vehicle Assisted Pickup and Delivery Routing Problem) and 2A-İTDRPç (2A-İTDRP variation where any UAV can be used multiple times), which are proposed for the first time in the literature.

The most basic form of the two-stage UAV-assisted routing problem, 2A-İRP and 2A-İRPç, was considered by Vu et al. [4] and developed both a mixed integer mathematical model and a heuristic solution method. Vu et al. [4] considered two different problems where customers are only one type of customer (distribution) and UAVs can be used once or several times from a mobile depot. In this paper, we present a 2A-İRP that generates optimal solutions for both problems (UAV single and multiple usage) defined for 2A-İRP in shorter times and empirically analyzes all the test instances generated by Vu et al. [4] and reaches optimal solutions in very short times for all the test instances produced experimentally by Vu et al.

Secondly, 2A-İTDRP and 2A-İTDRPç where customers can be either distribution or collection customers, are considered for the first time, the problem is defined, and mathematical models are developed for their solution. The effectiveness of these models is demonstrated by Vu et al. [4], adapted to the 2A-İTDRP (by separating customers into distribution and collection customers). This adaptation is done in such a way that all customers are distribution customers, 75% of the customers are distribution customers, 25% of the customers are collection customers and 50% of the customers are distribution customers and 50% of the customers are collection customers. For all the test problems generated, optimal solutions were obtained in a very short time.

In the study, it is seen that the problem becomes more difficult with the decrease in the number of UAVs and the increase in the number of mobile depots. There is no indication that the increase in the number of customers has a significant effect on the difficulty of the problem. In addition, it is also observed that the tour completion times are either the same or better in the structure where the collection and distribution processes can be carried out with the same UAV (2A-İRP and 2A-İRPç) compared to the processes where only one distribution or one collection process can be carried out with the UAV (2A-İRP and 2A-İRPç).

In the problems considered so far, a single truck has generally been used. However, it would be useful in future research to examine scenarios where more than one truck is used. Such studies are important to produce more realistic and feasible solutions. In this direction, addressing the problems with more comprehensive and complex structures will be an important step that will contribute to the field.

7 Yazar katkı beyanı

Gerçekleştirilen çalışmada Yazar 1 problem tanımı, tasarımın yapılması, literatür taraması, modellerin geliştirilmesi, deneysel çalışmaların yapılması ve makalenin hazırlanması başlıklarında; Yazar 2 fikrin oluşması, problem tanımı, modellerin kontrolü ve doğrulanması, yazım denetimi ve içerik açısından makalenin kontrol edilmesi, proje yönetimi başlıklarında katkı sunmuşlardır.

8 Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur. Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Kaynaklar

- [1] Moshref-Javadi M, Winkenbach M, "Applications and Research avenues for drone-based models in logistics: A classification and review". *Expert Systems with Applications*, 177, 114854, 2021.
- [2] Macrina G, Pugliese LDP, Guerriero F, Laporte G, "Drone-aided routing: A literature review". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 120, 102762, 2020.
- [3] Murray CC, Chu AG, "The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 54, 86-109, 2015.
- [4] Vu L, Vu DM, Hà MH, Nguyen VP, "The two-echelon routing problem with truck and drones". *International Transactions in Operational Research*, 29(5), 2968-2994, 2022.
- [5] Duan J, Luo H, Wang G, "Approaches to the truck-drone routing problem: A systematic review". *Swarm and Evolutionary Computation*, 92, 101825, 2025.
- [6] Luo H, Duan J, Wang G, "Mathematical models for truck-drone routing problem: Literature review". *Applied Mathematical Modelling*, 144, 116074, 2025.
- [7] Moradi N, Wang C, Mafakheri F, "Urban Air Mobility for Last-Mile Transportation: A Review". *Vehicles*, 6(3), 1383-1414, 2024.
- [8] Rojas Vitoria D, Solano-Charris EL, Muñoz-Villamizar A, Montoya-Torres JR, "Unmanned aerial vehicles/drones in vehicle routing problems: a literature review". *International Transactions in Operational Research*, 28(4), 1626-1657, 2021.
- [9] Carlsson JG, Song S, "Coordinated logistics with a truck and a drone". *Management Science*, 64(9), 4052-4069, 2018.
- [10] Ha QM, Deville Y, Pham QD, Hà MH, "On the min-cost traveling salesman problem with drone". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 86, 597-621, 2018.
- [11] Tu PA, Dat NT, Dung PQ. *Traveling salesman problem with multiple drones*. in *Proceedings of the 9th International Symposium on Information and Communication Technology*. 2018.
- [12] Salama M, Srinivas S, "Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 114, 620-642, 2020.
- [13] Moshref-Javadi M, Hemmati A, Winkenbach M, "A truck and drones model for last-mile delivery: A mathematical model and heuristic approach". *Applied Mathematical Modelling*, 80, 290-318, 2020.
- [14] Moshref-Javadi M, Lee S, Winkenbach M, "Design and evaluation of a multi-trip delivery model with truck and drones". *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 136, 101887, 2020.
- [15] Nguyen MA, Dang GT-H, Hà MH, Pham M-T, "The min-cost parallel drone scheduling vehicle routing problem". *European Journal of Operational Research*, 299(3), 910-930, 2022.
- [16] Poikonen S, Wang X, Golden B, "The vehicle routing problem with drones: Extended models and connections". *Networks*, 70(1), 34-43, 2017.
- [17] Wang Z, Sheu J-B, "Vehicle routing problem with drones". *Transportation research part B: methodological*, 122, 350-364, 2019.

- [18] Gonzalez-R PL, Canca D, Andrade-Pineda JL, Calle M, Leon-Blanco JM, "Truck-drone team logistics: A heuristic approach to multi-drop route planning". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 114, 657-680, 2020.
- [19] Dayarian I, Savelsbergh M, Clarke J-P, "Same-day delivery with drone resupply". *Transportation Science*, 54(1), 229-249, 2020.
- [20] Ha QM, Deville Y, Pham QD, Hà MH, "A hybrid genetic algorithm for the traveling salesman problem with drone". *Journal of Heuristics*, 26, 219-247, 2020.
- [21] Kim S, Moon I, "Traveling salesman problem with a drone station". *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 49(1), 42-52, 2018.
- [22] Murray CC, Raj R, "The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 110, 368-398, 2020.
- [23] Jeong HY, Song BD, Lee S, "Truck-drone hybrid delivery routing: Payload-energy dependency and No-Fly zones". *International Journal of Production Economics*, 214, 220-233, 2019.
- [24] Mourelo Ferrandez S, Harbison T, Webber T, Sturges R, Rich R, "Optimization of a truck-drone in tandem delivery network using k-means and genetic algorithm". *Journal of Industrial Engineering and Management*, 9(2), 374-388, 2016.
- [25] Yin Y, Li D, Wang D, Yu Y, Cheng T, "Truck-Drone Pickup and Delivery Service Optimization With Availability Profiles". *Naval Research Logistics (NRL)*, 2024.
- [26] Peng Y, Ren Z, Yu DZ, Zhang Y, "Transportation and carbon emissions costs minimization for time-dependent vehicle routing problem with drones". *Computers & Operations Research*, 176, 106963, 2025.
- [27] Ozkan O, Kaya M, "UAV routing with genetic algorithm based matheuristic for border security missions". *An International Journal of Optimization and Control: Theories & Applications (IJOCTA)*, 11(2), 128-138, 2021.
- [28] Dasdemir E, Köksalan M, Tezcaner Öztürk D, "Multi-objective route planning of an unmanned air vehicle in continuous terrain: An exact and an approximation algorithm". *European Journal of Operational Research*, 322(3), 960-977, 2025.
- [29] Halat M, Özkan Ö, "The optimization of UAV routing problem with a genetic algorithm to observe the damages of possible Istanbul earthquake". *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 27(2), 187-198, 2021.