

## FMSDR'nin AKFD tabanlı seyrek formda algılanması ve az sayıda örnekle geri çatımı

### Sparse sensing of FMCWR with DFrFT basis and reconstruction with fewer samples

Pınar ÖZKAN<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Marmara Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği, İstanbul, Türkiye.  
pinar.ozkan@marmara.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 19.01.2023  
Kabul Tarihi/Accepted: 23.02.2024

Düzeltilme Tarihi/Revision: 06.12.2023

doi: 10.5505/pajes.2024.62293  
Araştırma Makalesi/Research Article

#### Öz

2000'li yıllarda ortaya çıkan Sıkıştırılabilir Algılama (SA) kavramı, sinyallerin zaman eksenine ya da var oldukları eksenlerden başka bir transformasyon alanında seyrek hallerinin var olması üzerinedir. Amaca uygun düzenlenen birincil veri ya da amaca uygun toplanan ikincil veri, veri yapısına uygun bir boyutta seyrek olarak ifade edilebilir. Transformasyon neticesinde oluşturulan seyrek formdan rasgele toplanan verilere uygulanan SA yöntemi, sinyalden örnek toplamanın zor, eksik ve maliyetli olduğu durumlarda avantaj sağlar. Toplamda alınabilecek miktar %100 olarak tanımlandığında bu miktarın daha altında alınan ve ölçüm olarak isimlendirilen miktarda geri çatım algoritması uygulanır ve sinyalin aslına yakın bir sinyal elde edilir. Bu çalışma, Frekans Modülasyonlu Sürekli Dalga Radarlarına (FMSDR), Ayrık Kesirli Fourier Dönüşümü (AKFD) Tabanlı SA yöntemi uygulanması üzerinedir. FMSDR'nin ilk birkaç taramasında KFD derece kestirimi yapılarak, sonraki taramalarda sinyal rasgele olarak %25 miktarında alınmaktadır. Geri çatım aşamasında konveks optimizasyonun  $l_1$  normu uygulanmış ve başarısı test edilmiştir. Derece kestirimi neticesinde en uygun derece tespit edilip %25 miktarındaki rasgele toplanan sinyale yöntem uygulandığında; sinyalin %75'i alınmadığında bile sinyalin geri çatımında oldukça yüksek başarımla elde edildiği görülmektedir. Bu başarımın sonuçları diğer kesir dereceleri ile karşılaştırma yapılarak tablo halinde ifade edilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** KFD, AKFD, FMSDR, SA

#### Abstract

The concept of Compressive Sensing (CS), which emerged in the 2000s, is about the existence of sparse states of signals in a transformation area other than the time axis or the axis they exist. Primary data organized in accordance with the purpose or secondary data collected in accordance with the purpose can be expressed sparsely in a size appropriate to the data structure. The CS method, which is applied to randomly collected data from the sparse form created as a result of the transformation, provides an advantage in cases where sample collection from the signal is difficult, incomplete and costly. When the total amount that can be taken is defined as 100%, the reconstruction algorithm is applied to the amount taken below this amount and called the measurement, and a signal close to the original of the signal is obtained. This study is about CS method to Frequency Modulated Continuous Wave Radars (FMCWR) based on Discrete Fractional Fourier Transform (DFrFT). The degree of FrFT is estimated with the first few scans of the FMCWR and the signal is randomly received in the amount of 25% in the next scans. In the reconstruction phase, the  $l_1$  norm of convex optimization is applied and its success is tested. When the most appropriate degree is determined as a result of degree estimation and the method is applied to 25% of the randomly collected signal; It can be seen that even when 75% of the signal is not received, very high performance is achieved in reconstructing the signal. This performance was compared with other fraction degrees and the results were expressed in a table.

**Keywords:** FrFT, DFrFT, FMCWR, CS

## 1 Giriş

Sinyaller zaman boyutu dışındaki başka bir boyutta uygun dönüşümler ile seyrek olarak ifade edilebilir. Örneğin  $\sin(\omega t)$ ,  $a \in \mathbb{R}$  gibi sinüzoidal bir sinyal belirtilen zaman aralığında sonsuz değere sahipken Fourier Dönüşümü (FD) ile frekans ekseninde tek bir frekans değeriyle ifade edilir; bu durum sinüzoidal sinyalin, sistemler için veri olarak kullanılmasında avantaj sağlar. 2000'li yıllarda ortaya çıkan Sıkıştırılabilir Algılama (SA) kavramı bu temel üzerine kuruludur [1-7]. Amaca uygun düzenlenen birincil veri ya da amaca uygun toplanan ikincil veri, veri yapısına uygun bir boyutta seyrek olarak ifade edilir. Seyrek formundan rasgele toplanan verilerle geri çatım algoritması uygulanır ve çok yüksek bir yüzdelikle sinyalin aslına yakın bir sinyal elde edilir [1-7]. Bu çalışma, Frekans Modülasyonlu Sürekli Dalga Radarları'na (FMSDR), Ayrık Kesirli Fourier Dönüşümü (AKFD) uygulanarak seyrek formda algılanması ve sonrasında konveks optimizasyon ile geri elde

edilmesi üzerinedir. Uygulanan yöntemin [8-10] çalışmalarından farkı AKFD matrisi üzerine bir çözümleme yapılmış olmasıdır. İkinci kısımda FMSDR sinyalleri ve KFD işlemlerinden bahsedilmiştir. SA metodunun uygulanabilmesi için gerekli olan sinyal çözümlemesi ve bu çözümlemenin AKFD matrisi ile gerçekleştirildiği belirtilmiş olup bu örnekte en uygun matris çözümlemesinin 0.7 kesir derecesinde olduğu şekillerle gösterilmiştir. SA yöntemi neticesinde sinyalin orijinali ve geri çatılan sinyal arasındaki Ortalama Kare Hata (OKH) değerleri ile kesir derecelerinin bağlantıları incelenmiştir. Başarım oranı ve şekillerden görülen sonuçlar, geliştirilen yöntemin FMSDR'ye AKFD tabanlı SA yönteminin uygulanmasında temel teşkil edebilecek bir çalışma olduğunu göstermektedir.

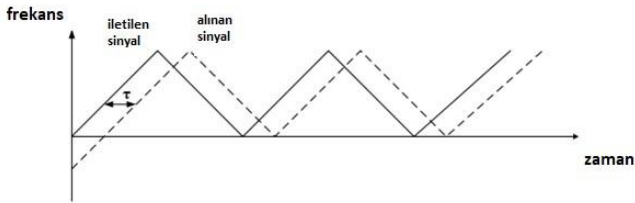
\*Yazışılan yazar/Corresponding author

## 2 FMSDR'nin KFD Tabanlı Seyrek Formda Algılanması

Klasik FD, KFD'nin özel şeklidir ve kesir derecesi 1'dir. KFD kesir dereceleriyle hesaplanır. Uygun kesir derecesiyle sinyalin en seyrek halini elde etmek mümkündür [11-14]. Bu durumda SA yöntemi için daha az sayıda seyrek katsayıyla sinyalin tekrar elde edilmesi mümkün olmaktadır. KFD ele alınan dönüşümün en genel ismi olmak üzere ayrık sinyaller için bu çalışmada Ayrık Kesirli Fourier Dönüşüm (AKFD) matrisi ile çalışılacaktır [15].

### 2.1 Frekans Modülasyonlu Sürekli Dalga Radarlar (FMSDR)

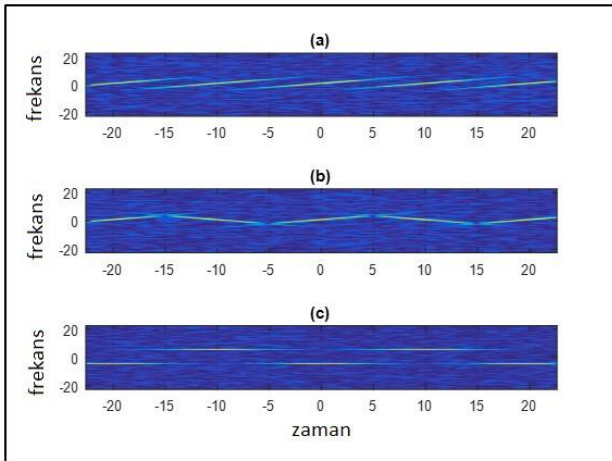
RADAR (Radio Detecting and Ranging), yansıyan radyo dalgalarını kullanarak nesnelerin hızını, menzilin veya yönünü belirleyen bir sistemdir [16].



Şekil 1. İletilen ve yansıyan dalganın zaman-frekans gösterimi.  
Figure 1. Time-frequency presentation of transmitted and received signal.

FMSDR, sürekli dalga radarlarının bir türü olup frekansı değişen bir sinyal üretilir ve gönderilir. Bu radar sinyalleri zamanla frekans değişimi gösterir. Bu sebeple radar sinyal işlemede sadece frekans değişimi ya da sadece zaman değişimi gözetilmez, zaman-frekans bağıl değişimi gözetilir [17-19] ve radar sinyal işlemede, hedef öznitelik çıkarımı için zaman-frekans analiz yöntemleri kullanılmaktadır [20].

Şekil 2'de FMSDR sinyallerinin yaygın örüntü modelleri olan testere dişi, üçgen ve kare dalga modülasyon modelleri gösterilmektedir.



Şekil 2. Zaman-frekans düzleminde FMSDR sinyalleri için yaygın modülasyon modelleri a) testere dişi modülasyonlu, b) üçgen modülasyonlu, c) kare dalga modülasyonlu  
Figure 2. Common modulation patterns on time-frequency plane for FMCWR signals (a)sawtooth modulated (b) triangular modulated (c)square wave modulated.

Zaman-frekans analizi olarak ifade edilen FMSDR'nin eşit aralıklardaki ölçümleri Lineer Frekans Modülasyonlu (LFM) sinyallerdir. LFM sinyaller matematiksel olarak aşağıdaki gibi modellenir.

$$x(t)=A \exp(-\pi\gamma(t-t_0)^2) \exp(j\pi[\xi(t-t_0)^2+2\beta(t-t_0)]) \quad (1)$$

Bu denklemde  $\xi$  civıltı (chirp) oranını,  $t_0$  ve  $\beta$  zaman-frekans orijinine göre zaman ve frekans ötelemelerini,  $A$  ve  $\gamma > 0$  değerleri de zarf parametrelerini ifade eder.

### 2.2 Kesirli Fourier Dönüşümü (KFD)

KFD, klasik FD'nin derecelendirilmiş formudur ve FD'nin kesirli dereceleriyle hesaplanabilir. KFD, zaman-frekans alanında bir açığa sahip bir dönüş olarak düşünülebilir.  $x(t)$  bir fonksiyon olmak üzere bu fonksiyonun  $a$ .dereceden sürekli KFD'si

$$\{F^a x\}(t) = \int K_a(t, t')x(t')dt' \quad a \in \mathbb{R} \quad -2 < a < 2 \quad (2)$$

$$K_a(t, t') = A\varphi \exp(j\pi(t^2 \cot(\varphi) - 2tt' \csc(\varphi) + t'^2 \cot(\varphi))) \quad (3)$$

$$A\varphi = \frac{\exp(-j(\pi \operatorname{sgn}(\sin(\varphi))/4 + \varphi/2))}{|\sin(\varphi)|^{1/2}} \quad (4)$$

olarak ifade edilir.  $K_a(t, t')$  dönüşüm kernelidir ve  $\varphi$  aşağıdaki gibi tanımlanan dönüşüm açısıdır.

$$\varphi = a\pi/2 \quad (5)$$

1.dereceden KFD klasik FD' dir. Ters FD operatörü basitçe şöyle ifade edilebilir.

$$(F^a)^{-1} = F^{-a} \quad (6)$$

Ters dönüşüm çekirdeği

$$K_a^{-1}(t, t') = K_{-a}(t, t') \quad (7)$$

ile ifade edilir.

Bu çalışmada, FMSDR'yi oluşturan LFM (Lineer Frekans Modülasyonlu) sinyallerin KFD kesir kestirimi [8,19] nolu çalışmaların ifade ettiği yöntemle dayanılarak yapılmıştır. Sonrasında SA'ya uygun olarak taban katsayılarına ayrıştırma işlemi [15] nolu çalışmada ifade edilen Ayrık Kesirli Fourier Dönüşümü (AKFD) matrisi ile yapılmıştır.

### 2.3 SA Metodu

$x$  bir sinyal olmak üzere çözümlenerek seyrek olarak ifade edilebileceği boyuttaki taban matrisi  $\Psi$  olsun.  $x$  sinyali Denklem (8)' deki ifadesi ile

$$x = \sum_{i=1}^N s_i \Psi_i \quad (8)$$

ya da

$$x = \Psi s \quad (9)$$

denklemlerle çözümlenir. Bu durumda  $s$  katsayıları da  $\Psi$  tabanında elde edilen seyrek katsayılardır:

$$s_i = \langle x, \Psi_i \rangle \quad (10)$$

Hem  $x$  hem de  $s$  aynı sinyali temsil eder.  $x$  ölçümün yapıldığı boyuttur;  $s$  katsayıları dönüşümün yapıldığı boyuttur.

KFD tabanlı SA mantığı aşağıdaki blok şema gösterimi ifade edilebilir.



Şekil 3. SA Yöntemi Blok Şeması  
Figure 3. CS method block diagram.

$$y = \Phi x = \Phi \Psi s \quad (11)$$

Seyrek  $\Psi$  tabanında çözülmesi yapılan sinyalin rasgele bir matris üzerine iz düşümü alınır.

Gerçek sistemlerde toplamsal beyaz Gauss gürültüsü iletilen sinyali etkiler. Ancak SA yöntemi kullanıldığında seyrek formdan ölçüm matrisi üzerine iz düşüm neticesinde rasgele toplayacağımız verilerle tüm frekans eksenine yayılan gürültü etkisi epeyce azaltılmış olmaktadır.

Sinyalin rasgele matris üzerine iz düşümünden sonra elde edilen ölçüm matrisine uygulanan optimizasyon ile orijinal sinyale çok yakın bir sinyal elde edilir. SA için kullanılan birçok optimizasyon türü vardır. Bu çalışmada konveks (dışbükey) optimizasyon yöntemi uygulanmıştır [21]. Konveks optimizasyon genelleştirilmiş bir doğrusal optimizasyon biçimi olarak düşünülebilir. Konvekslik doğrusallıktan daha geneldir ve eşitliğin yerini eşitsizlik alır. Bu çalışmada konveks optimizasyon  $l_1$  normu uygulanmaktadır.

$$\hat{s} = \arg \min \|s\|_1 \quad \Phi \Psi s \leq y \quad (12)$$

Sinyalin geri elde edim başarısı Şekil 1'deki blok şemasından da anlaşılacağı gibi seyrek katsayı tabanı, işleme girecek katsayı miktarı, rasgele iz düşüm matrisi, geri çatım optimizasyon yöntemi gibi birçok çeşitlenmeye bağlıdır.

Geliştirilen yöntemin işlemin başarısı Ortalama Karesel Hata (OKH) ile test edilmektedir.

$x_o$ : orijinal sinyal

$x_r$ : geri çatılan sinyal

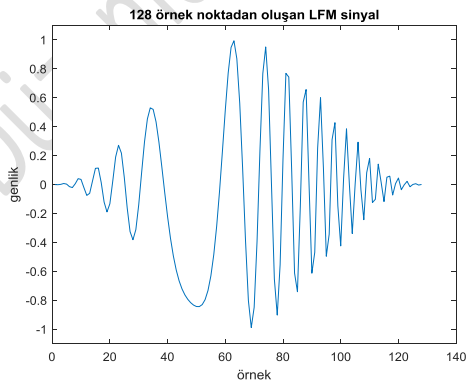
$N$ : örnek sayısı

olmak üzere OKH değeri Denklem (13) ile hesaplanır.

$$OKH = \frac{\sum (x_o - x_r)^2}{N} \quad (13)$$

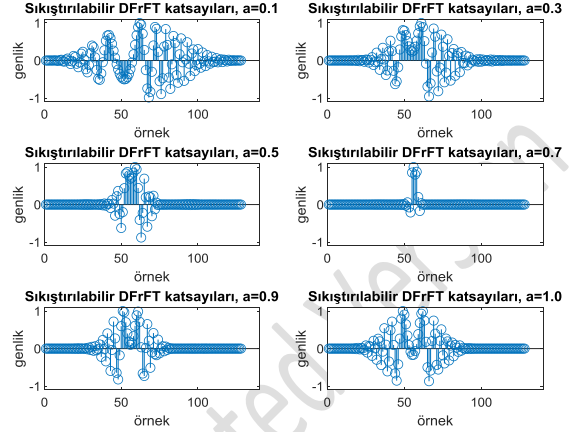
Matematiksel analiz neticesinde elde edilen başarımlar tablo halinde kesir derecelerinin değişimiyle karşılaştırılmıştır.

Şekil 4'te 128 noktadan oluşan LFM sinyali mevcuttur. FMSDR'nin LFM sinyallerden oluştuğu düşünülürse LFM sinyali üzerinde SA yöntemini incelemek kolaylık sağlayacaktır.



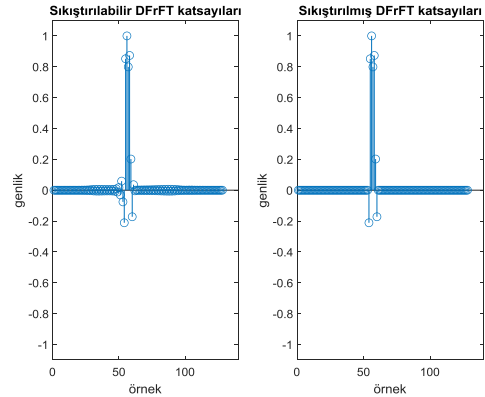
Şekil 4. 128 örnek noktadan oluşan LFM sinyali  
Figure 4. LFM Signal consisting of 128 sample points.

Şekil 5'te LFM sinyalinin AKFD matrisi ile çözülmesi yapılmaktadır. AKFD matrisi derecesi sırasıyla 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 ve 1.0 değerlerinde alınarak çözümlenen seyrek katsayı durumları karşılaştırmalı olarak ifade edilmiştir.



Şekil 5. LFM sinyalinin AKFD matrisi tabanındaki seyrek sıkıştırılabilir(seyrek) katsayıları  
Figure 5. Compressible(sparse) coefficients of the LFM signals analyzed by the DFrFT matrix

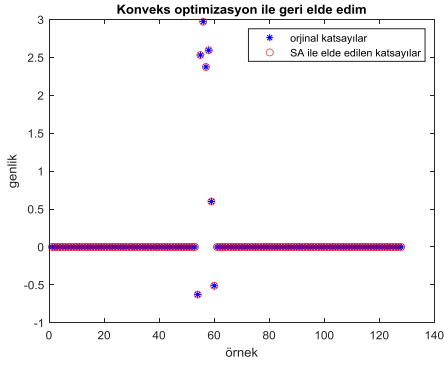
Şekillerden de görüldüğü gibi en seyrek hali kesir derecesi 0.7 olduğunda oluşmaktadır. Sıkıştırılabilir olarak ifade edilen bu durum en seyrek olduğu halidir ve Şekil 6'da bu çözümlemedeki 0'a çok yakın katsayılar atılarak seyrek form oluşturulmaktadır.



Şekil 6. LFM sinyalinin AKFD taban matrisi ile çözülmesi ve sıkıştırılmış hale getirilmesi  
Figure 6. Decoding the LFM Signal with the DFrFT Base matrix and compressing

Eşik seviyesi belirlenip sinyal seyrekleştirildikten sonra sıkıştırılabilir formdan seyrek hale geçen sinyalin 7 tane katsayısı kalmaktadır. Bunun anlamı bu sinyalin elde edilen 7 seyrek katsayı ile de gerçekleştirilebileceğidir. SA işlemlerinin devamında konveks optimizasyon ile yapılacak işlem bu 7 tane seyrek katsayısının elde edilmeye çalışılması olacaktır.

Şekil 7'de AKFD tabanlı SA yöntemi uygulanan sinyalin seyrek katsayılarının konveks optimizasyon neticesinde geri elde edimi mevcuttur.

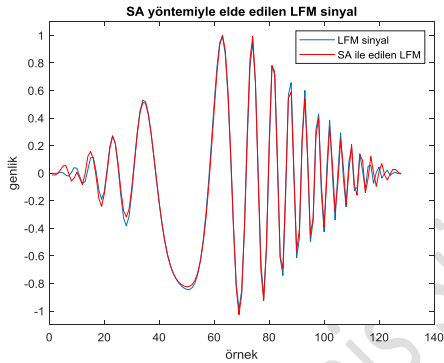


Şekil 7. Rasgele ölçümlerden konveks optimizasyon sonucu geri çatım

Figure 7. Reconstruction by convex optimization from random measurements.

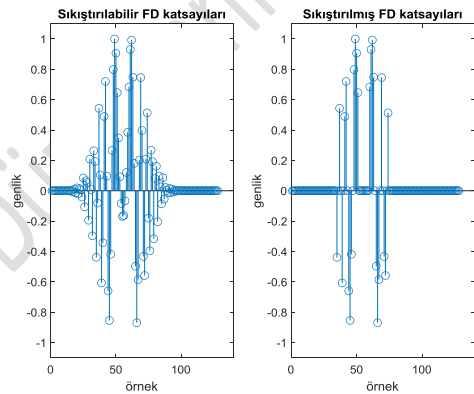
Yapılan analizlerde 128 örnekten 7 örneğin işleme girdiği görülmektedir. Burada çözümlemesi yapıldıktan sonra seyrek katsayıları seçtiğinden  $(7/128)*100 \approx 5\%$  gibi az bir miktarla orijinal sinyale çok yakın sinyalin elde edildiği Şekil 7'de görülmektedir.

Şekil 8'de orijinal sinyal ve geri çatım neticesinde elde edilen sinyal aynı grafikte çizdirilmiştir. Çalışmanın başarımının matematiksel analizi OKH olarak ifade edilmiştir.



Şekil 8. SA yöntemiyle elde edilen LFM sinyal  
Figure 8. LFM Signal reconstructed by CS method.

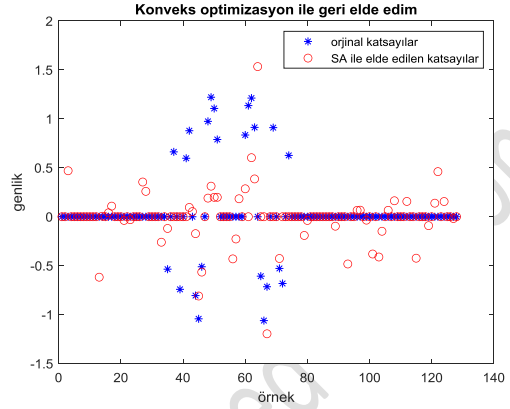
Aynı LFM sinyali, kesir derecesi 1 (klasik Fourier) olan matris ile işleme alındığında Şekil 9'daki sonuçlar elde edilir.



Şekil 9. LFM sinyalin klasik FD taban matrisi ile çözülmesi ve sıkıştırılmış hale getirilmesi

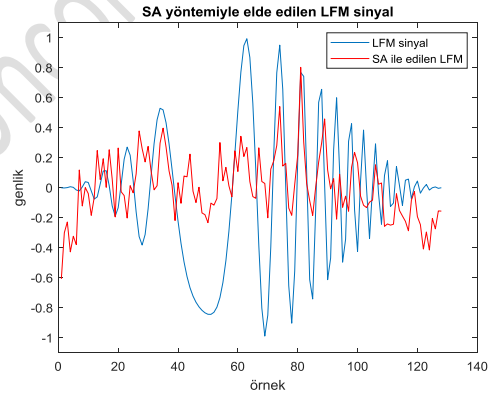
Figure 9. Decoding the LFM Signal with the classical FT Base matrix and compressing

Şekil 10'da kesir derecesi 1 (klasik Fourier) olan matris ile çözümlenip seyrek hale getirilen LFM sinyalin konveks optimizasyon neticesinde geri çatımı mevcuttur.



Şekil 10. Klasik FD taban matrisi kullanılarak rasgele ölçümlerden konveks optimizasyon sonucu geri çatım

Figure 10. Reconstruction by convex optimization from random measurements.



Şekil 11. Klasik FD taban matrisi kullanıldığında SA yöntemiyle elde edilen LFM sinyal

Figure 10. LFM Signal reconstructed by CS method.

Seyrek katsayıların geri çatımı neticesinde oluşturulan işaret ve işaretin orijinal hali Şekil 11'de çizdirilmiştir.

AKFD matris derecesi sırasıyla 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 ve 1.0 değerlerinde alınarak işaretin orijinal hali ve geri çatılan hali arasındaki OKH değerleri karşılaştırmalı olarak Tablo 1'de ifade edilmiştir.

Tablo 1. KFD derecelerine bağlı OKH hataları

Table 1. MSE due to FrFT degrees.

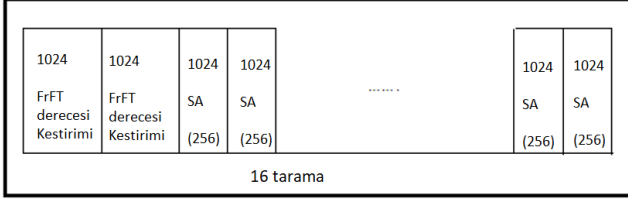
KFD Derecesi	OKH
0.1	0.1936
0.3	0.1528
0.5	0.1144
0.7	0.017
0.9	0.1461
1.0	0.1978

## 2.4 KFD Tabanlı SA ile FMSDR'nin Geri Elde Edimi

FMSDR'nin SA ile tekrar geri elde edilmesinde uygulanacak yöntemde öncelikle ilk birkaç taramada KFD derecesi

belirlenir. Devam eden taramalarda sinyalin %100 yerine %25 miktarı alınır. Alınan %25'lik miktarlara belirlenen dereceyle matris oluşturularak SA yöntemi uygulanır. Konveks optimizasyon neticesinde sinyal geri elde edilir.

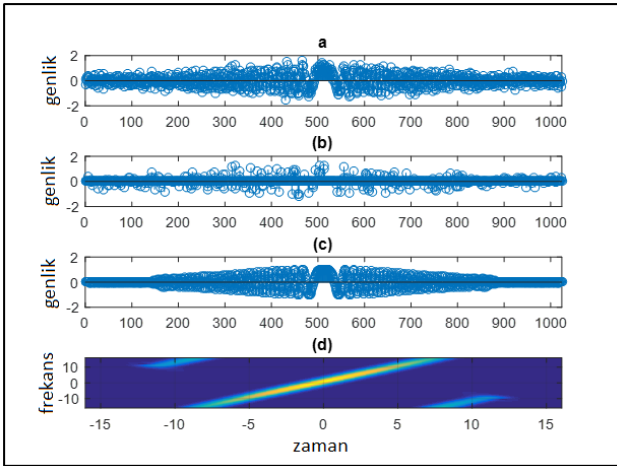
Analitik inceleme için sinyalin test başarımı yapılmaktadır.



Şekil 12. Sistem Modeli

Figure 11. System Model.

Simülasyon işleminde 1024 uzunluklu FMSDR sinyaline SNR=5dB'lik gürültü eklenerek rasgele 256 örnek alınmaktadır. Şekil 13'te incelenen şekil tablosunda a) ile ifade edilen SNR=5dB gürültülü LFM sinyalden rasgele örneklerin alınması b) de görülmektedir. c) de konveks optimizasyon ile geri çätım neticesinde gürültüden arınmış işaret elde edilmektedir. d) ile ifade edilen son şekilde FMSDR sinyalinin zaman-frekans gösterimi mevcuttur.



Şekil 13. (a) 1024 uzunluklu FMSDR sinyal, SNR=5dB (b) 256 uzunluklu rasgele FMSDR sinyal örneği alınmakta (c) Rasgele ölçümlerden elde edilen 1024 uzunluklu FMSDR sinyal (d) Geri elde edilen FMSDR sinyalin zaman-frekans düzlemi

Figure 12. (a)1024 length FMCWR signal, SNR=5dB (b)256 length random FMCWR signal samples are taken (c)1024 length FMCWR signal is reconstructed from random samples (d) Time-frequency presentation of reconstructed FMCWR signal

### 3 Sonuçlar

Bu çalışma, FMSDR sinyallerine AKFD Tabanlı SA yöntemi uygulanması üzerinedir. FMSDR' nin ilk birkaç taramasına AKFD derece kestirimi yapılarak, sonraki taramalarda sinyal rasgele olarak %25 miktarında alınmaktadır. Geri çätım aşamasında konveks optimizasyonun  $l_1$  normu uygulanmış ve başarısı test edilmiştir. Sonuçlar, geliştirilen yöntemin basitçe LFM'lerin kombinasyonu olan FMSDR için oldukça yüksek başarıya sahip olduğunu göstermiştir. Bunun nedeni sinyal çözümlemesinde klasik FD yerine AKFD matrisi uygulanmasıdır. AKFD matris çözümlemesi uygun kesir derecesi ile yapıldığında sinyalin en sıkıştırılabilir ve en seyrek haline ulaşılabilir. Bu yöntem AKFD tabanda SA metodunun

uygulanması ile birlikte gürültü giderimi gibi çalışmalar için de uygulanabilir bir yöntemdir.

### 4 Conclusions

This study is about CS method to FMCWR signals using DFrFT matrix. DFrFT degree estimation is applied for the first few scans of FMCWR, and 25% of the signal is received randomly in the next scans. In the reconstruction part, the  $l_1$  norm of convex optimization was applied and its success was tested. The results showed that the developed method has very high success for FMCWR, which is simply the combination of LFM's. The reason for this is that DFrFT matrix is applied instead of classical FT in signal analysis. When DFrFT matrix analysis is performed with the appropriate fraction degree, the most compressible and sparse form of the signal can be achieved. This method is also applicable for studies such as noise removal with the application of the CS method by DFrFT base matrix decomposition.

### 5 Yazar katkı beyanı

Gerçekleştirilen çalışmada Yazar 1 önceki çalışmalarından esinlenerek fikrin oluşması, literatür taraması, makale yazımı, sonuçların incelenmesi ve değerlendirilmesinde katkı sunmuştur.

### 6 Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

"Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur"

"Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır"

### 7 Kaynaklar

- [1] Donoho D. "Compressed Sensing". *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(2), 1289-13006, 2006.
- [2] Donoho D. "Extensions of Compressed Sensing". *Signal Processing*, 86(3), 549-571, 2006.
- [3] Baraniuk RG. "Compressive Sensing Lecture Notes". *IEEE Signal Processing Magazine*, 24(4), 118-121, 2007.
- [4] Candes EJ, Romberg JK, Tao T. "Stable Signal Recovery from incomplete and inaccurate measurements". *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 59(8), 1207-1223, 2006.
- [5] Romberg JK, Candes EJ. "Sparsity and Incoherence in compressive sampling". *Inverse Problems*, 23, 969-985, 2007.
- [6] Candes EJ, Wakin MB. "An introduction to Compressive Sampling". *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2), 21-30, 2008.
- [7] Romberg JK. "Imaging via Compressive Sampling". *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2), 14-20, 2008.
- [8] Aldırmaz S, Durak-Ata L. "Compressive Sensing of Linear Frequency Modulated Signals in Fractional Fourier Domains". *19th Signal Processing and Communications Application Conference, Türkiye*, 2011.
- [9] Fang B, Huang G, Gao J. "Detection and Reconstruction for LFM Echo Signal Based on Blind Compressed Sensing". *Applied Mechanics and Materials*, 380-384, 3904-3907, 2013.
- [10] Fang B, Huang G, Gao J. "Detection and Reconstruction for LFM Echo Signal Based on Blind Compressed Sensing". *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 34(2), 419-439, 2015.
- [11] Almedia LB. "The Fractional Fourier Transform and Time-Frequency Representations". *IEEE Transaction on Signal Processing*, 42(11), 3084-3091, 1994.

- [12] Özaktaş HM, Zalevsky Z, Kutay MA. *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing*. Wiley, New York, 2001.
- [13] Durak L. Gerekirci Sinyaller için Yeni Zaman-Frekans Analiz Teknikleri. Doktora Tezi, Bilkent Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2003.
- [14] Özkan P. Radar ve Sonar Sinyaller için Dönüşüm Bölgelerinde Sıkıştırılmalı Algılama Yöntemleri. Doktora Tezi, YTU, İstanbul, Türkiye, 2016.
- [15] Serbes A. Ayrık Kesirli Fourier ve Doğrusal Kanonik Dönüşümlerin Özanalizi. Doktora Tezi, YTU, İstanbul, Türkiye, 2011.
- [16] Radartutorial. <https://www.radartutorial.eu/02.basics/Frequency%20Modulated%20Continuous%20Wave%20Radar.en.html> (15.01.2023).
- [17] Chen VC, Ling H. "Joint time frequency analysis for radar signal and image processing". *IEEE Signal Processing Magazine*, 16(2), 81-93, 1999.
- [18] Turk AS, Özkan P, Durak-Ata L, Orhan M, Unal M. "High-Resolution Signal Processing Techniques for Through-the-Wall Imaging Radar Systems". *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, 8(6), 855-863, 2016.
- [19] Aldırmaz S. Zaman-Frekans Dağılımları ve Kesirli Fourier Dönüşümü ile Yeni Haberleşme ve Uyarlanırsistem Tasarımı. Doktora Tezi, YTU, İstanbul, Türkiye, 2012.
- [20] Cohen L. *Time-frequency analysis*. Prentice Hall, 1995.
- [21] Convex Optimization. <http://stanford.edu/~boyd/cvxbook> (15.01.2023)