



# Mimarlıkta Yüzey Panelleme Yaklaşımlarının Gauss Eğriliği ile İlişkisi

## The Relationship Between Gaussian Curvature and Surface Panelization Approaches in Architecture

Tuğrul YAZAR

### ÖZ

Serbest biçimli mimarî yüzeylerin ekran üzerindeki tasarımına yardımcı olan dijital araçlar, bu yüzeylerin uygulanabilirliği konusundaki sorgulamayı genellikle konunun uzmanlarına bırakır. Böyle bir sorgulama mimarî malzeme ve taşıyıcı sistem bilgisinin yanında yeterli düzeyde mimarî geometri bilgisi de gerektirmektedir. Bu makalede farklı geometrik özelliklere sahip yüzeylerin tasarım ve üretim sürecini destekleyen bir kılavuzun ilk örneği sunulmuştur. Bu kılavuz mimarî yüzeylerin için özelliklerinden birisi olan Gauss eğriliği ile geometrik panelleme yaklaşımlarının bazıları arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlamaktadır. Konu ile ilgili kaynak özetinin ardından eğrilik ve panelleme kavramları mimarî örnekler verilerek sınıflandırılmıştır. Mimarî panelleme ile ilgili karşılaştırma kriterlerinin ve yöntemin sunulmasının ardından elde edilen sonuçlar tablolar hâlinde sunulmuştur. Bu tablolar özellikle erken tasarım aşamalarında oluşturulan mimarî yüzeylerin farklı panelleme yaklaşımları ile inşa edilmesinin geometrik olarak mümkün olup olmadığı sorusuna cevap vermektedir. Bunun yanında, yüzeylerin inşaatı için üretilmesi gereken panellerin düzlem ve eşit olma olanağıyla ilgili enformasyon sunmaktadır. Böylelikle mimarların tasarladıkları yüzeyin üretim maliyeti ve performansı ile ilgili ön bilgiye sahip olması hedeflenmektedir. Henüz başlangıç aşamasında olan bu tür kılavuzların geliştirilmesinin mimarların ve mimarlık öğrencilerinin geometriyi daha bilinçli şekilde kullanmalarına yardımcı olacağı öngörülmektedir. Diğer yandan, bu makaleye ilham veren araştırma alanında uluslararası kaynaklara nispetle zayıf bir konumda olan Türkçe yazına katkı yapılması, ilgili matematik terimlerinin Türkçe karşılıklarının vurgulanması ve bu alanda yeni gelişen güncel konu başlıklarından bazılarına dikkat çekilmesi hedeflenmektedir.

**Anahtar sözcükler:** *Ayrıştırma; eğrilik; mimarî geometri; panelleme; yüzey.*

### ABSTRACT

*As the design of free-form architectural surfaces becomes easier, questioning and foreseeing the feasibility of the construction of these surfaces becomes important. Such an inquiry requires sufficient knowledge of architectural geometry besides the knowledge of materials and structural systems. In this article, a preliminary example of a guide which supports the design and production process of building surfaces with different geometric properties is presented. This guide aims to reveal the relationship between Gaussian curvature which is an intrinsic geometric feature of architectural surfaces, and some of the widespread paneling strategies. After the literature review and the description and classification of curvature and paneling concepts via architectural examples, a comparative table has been created. The resulting table facilitates answering the question of whether it is possible geometrically to build architectural surfaces with different paneling strategies, especially at early phases of architectural design. Besides, it contains information about the planarity and the equality of the surface panels. Thus, the preliminary information is presented to the designer about the estimated cost of surface construction and the materials and technologies to be selected. Further development of such guides will help architects and students to use geometry more consciously hence more strongly. On the other hand, it is aimed to make contributions to the Turkish literature of the mentioned research field, to emphasize the Turkish equivalents of the related mathematical terms, and to draw attention to some of the newly developed topics on this field.*

**Keywords:** *Discretization; curvature; architectural geometry; paneling; surface.*

Istanbul Bilgi Üniversitesi Mimarlık Fakültesi, Mimarlık Bölümü, İstanbul

**Başvuru tarihi: 08 Ağustos 2016 - Kabul tarihi: 30 Ekim 2018**

**İletişim:** Tuğrul YAZAR. e-posta: tugrul.yazar@bilgi.edu.tr

© 2019 Yıldız Teknik Üniversitesi Mimarlık Fakültesi - © 2019 Yıldız Technical University, Faculty of Architecture

## Giriş

Serbest biçimli bina yüzeylerinin panellenmesi disiplinlerarası bir uygulama ve araştırma alanıdır. Tasarım ve mühendisliğin yanında geometri, matematik ve bilgisayar bilimlerine ait bileşenler içeren bu alanın yakın dönem mimarlık söylemindeki karşılığı arandığında iki temel kaynak öne çıkmaktadır. Kostas Terzidis'in 2006'da yayınladığı "Algoritmik Mimarlık" metninde algoritmanın sadece adım adım problem çözmeye yarayan bir dizi bilgisayar kodu ya da mekanik bir ifade dili değil, aynı zamanda derin felsefi, sosyal ve sanatsal etkilere sahip bir ontolojik yapı olduğu öne sürülmektedir.<sup>1</sup> Terzidis'in metninde ifade bulan bu düşünce diğer etkilerinin yanında mimarların ve bilgisayar programcılarının uzmanlıklarının bazı ortak paydalarının olduğunu öne süren bir dizi fikri de beraberinde getirmiştir. Kod yazmak tasarımcılar için bir lüks olmaktan çıkıp alet çantalarındaki yeni ve etkili bir araca dönüşmeye başlamıştır. Bir yıl sonra matematikçi Helmut Pottmann'ın geometri uzmanları ve tasarımcılarla beraber derlediği "Mimarî Geometri" kitabı ise mimarlara geometrinin artık sadece bir tüketim kaynağı olmadığını, nasıl hâlâ bir araştırma konusu olabileceğini yeniden hatırlatmıştır.<sup>2</sup> Aynı dönemde mimarlık fakültelerinden mezun olan neslin geliştirdiği parametrik tasarım araçları bu fikirlerin ulaştığı sentezlerden birisi olarak incelemeye değerdir. Kodlamayı sadece kişisel alet çantasındaki herhangi bir tasarım aracı olmaktan çıkarıp genel amaçlı tasarım yazılımları ve kodlama dilleri geliştiren ve sanal ortamlarda kendi müşterek eğitim sistemini kurmaya başlayan bu neslin üretimlerine 2006 Delft Üniversitesi Mimarlık Fakültesi'nden mezun olan David Rutten'in geliştirdiği "Grasshopper" eklentisi başta olmak üzere, Daniel Piker'in "Kangaroo", Giulio Piacentino'nun "Weaverbird", Mateusz Zwierzycki'nin "Anemone", Mostapha Sadeghipour Roudasri'nin "Ladybug, Honeybee, Butterfly", ve Milos Dimcic'in "eVe" uzantıları örnek gösterilebilir. Mimarlar tarafından geliştirilen bu araçlar ve programlama dilleri günümüzde hem mimarlık uygulamalarında zamanı ve bilgiyi etkin kullanmaya yardım etmekte hem de akademik çalışmalarda laboratuvar araçları olarak kabul görmektedirler.<sup>3</sup> Bu araçlar ve arka planındaki düşünce sistematığı geometrinin ve algoritmaların tasarımcılar tarafından yeni bir perspektiften tekrar ele alınmasına yol açmaktadır.<sup>4</sup> Böylelikle hesaplamalı geometri<sup>5</sup> mimarlar için anlaşılabilir ve kullanılabilir bir bilgi ve teknikler bütününe dönüşmeye başlamaktadır.

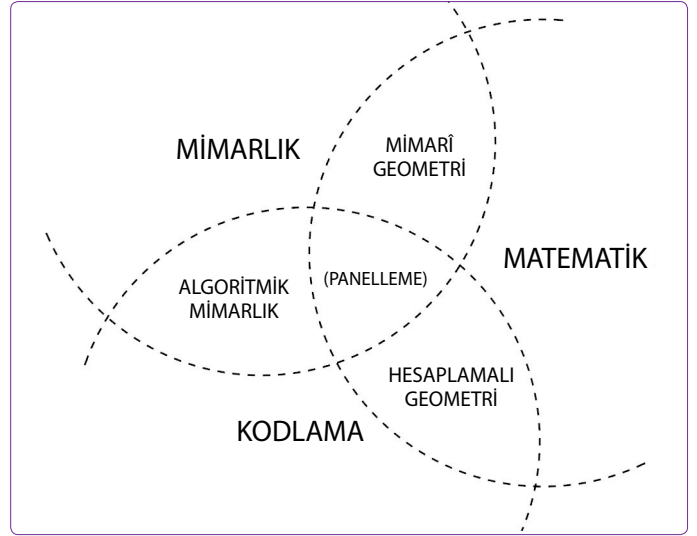
<sup>1</sup> Terzidis, 2006.

<sup>2</sup> Pottmann, v.d., 2007.

<sup>3</sup> Bu araçların bilimsel güvenilirliği ayrıca tartışmaya değer bir konudur.

<sup>4</sup> Bu değişime ayak uyduran mimarlık okulları artık tasarı kodlama eğitimini sadece tekil problemlerin çözümüne odaklı kişisel bir eğitim modeli biçiminde sürdürmek yerine, yeni tasarım araçlarının geliştirilmesini hedefleyen disiplinler arası ve kolektif grup üretimlerine dönüştürmeye başlamışlardır.

<sup>5</sup> (Ing.) Computational geometry.



Şekil 1. Araştırma konusunun konumlandığı disiplinler arası çerçeve.

Mimarlık, matematik ve bilgisayar bilimlerinin yakınlaşma eğilimi, ekonomik katma değeri kolaylıkla öngörülebiilen, dolayısıyla sürdürülebilirliği ve çekim gücü yüksek bazı araştırma konularının ortaya çıkışını tetiklemektedir (Şekil 1). Mimarî yüzeylerin panellenmesi bu nedenle destek gören güncel bir araştırma konusudur.

Mimarî panellenme bina yüzeylerinin maliyet, üretim imkânları, yapı malzemeleri, çevre ve enerji korunumu gibi ölçütlere uygun olacak şekilde parçalara ayrılması ve uygulama projesine hazırlanmasıdır. Genellikle tasarım problemini tanımlayan mimarlar karmaşık ve çok bilinmeyenli problemlere çözümler talep etmeye ve bu amaçla farklı disiplinlerden uzmanları bir araya getirmeye başlamaktadır. Matematik ve hesaplamalı geometri uzmanları, yüzey ayırıklaştırma<sup>6</sup> algoritmaları geliştirerek veya mevcut algoritmaları bilinen problemlere uyarlayarak çözüme işaret eden matematik alt yapısını sunmaktadır. Bilgisayar programcılar ise önerilen matematik alt yapısını tasarım problemine uyarlayarak çözüm öneren araçları geliştirmektedir. Elde edilen çözümlerin uygulanabilirliği sadece tekil projelerin özel ihtiyaçlarına çözüm üreten basit kodlardan daha genel amaçlı çözümler sunan uzantılara, eklentilere ve yazılımlara kadar geniş bir yelpaze oluşturmaktadır. Mimarî problemlerin çeşitliliği göz önüne alındığında her koşulda en doğru çözümü sunabilen genel bir panelleme aracı geliştirilememektedir. Mimarî tasarım süreci açısından bakıldığında, erken tasarım aşamalarında oluşturulan yüzeylerin daha sonra uygulama projesi aşamasında panellenmesi mümkün olduğu gibi, bu yüzeylerin en başta uygulanması düşünülen panelleme yöntemine uygun olacak şekilde oluşturulması da tercih edilebilmektedir. Mimarî panellenme yöntemleri geleneksel çizim araçları ile gerçekleştirilebilecek basitlikteki çözümlerden yüksek hesaplama maliyeti gerektiren ve

<sup>6</sup> (Ing.) Surface discretization.

bu nedenle özel yazılımlara ihtiyaç duyan çözümlere uzanan bir çeşitliliğe sahiptir.

Özel çalışma gruplarına, danışmanlıklara veya özel yazılımlara ulaşılamayan durumlarda gelişmiş panelleme çözümlerinin vaat ettiği etkinliğe ve ekonomik faydaya ulaşmak güçleşmektedir. Ayrıca sundukları geometrik akıl ve incelmış görünüşleri ile rağbet gören bazı hazır çözümler geometrik başarımları ve yukarıda özetlenen faydaları gözetilmediğinde anlamından ve amacından kopuk birer desene dönüşebilmektedir. Bu alandaki akademik çalışmalar incelendiğinde giderek derinleşen bir uzmanlık alanını tanımladıkları gözlemlenmektedir. Bu makalenin amacı derinleşen bir uzmanlık alanı olan mimarî panelleme araştırmalarında elde edilen sonuçların daha hızlı biçimde pratik bilgiye dönüştürülmesi için bir yöntem önerisi yapmaktır. İkincil bir hedef ise, hem mimarî panellenmenin hem de içerdiği uzmanlıkların dilimizdeki mimarlık literatüründe tanıtılması ve güncelliğinin yeniden vurgulanmasıdır.

Makalenin ilk bölümündeki kaynak özetinde bu konu ile ilgili mevcut araştırmalara dair genel bir bakış sunulmaktadır. Mimarî panelleme ile ilgili çözümler öncelikle konunun matematik bileşenlerinden birisi olan yüzey geometrisinin iyi tanınmasına bağlıdır. Bu makalede mimarî yüzeylerin içkin geometrik özelliklerinden birisi olan yüzey eğriliği<sup>7</sup> üzerinde durulmaktadır. Mimarî yüzeyler eğriliklerine göre sınıflandırılarak örneklendirilmektedir. Metnin devamında bazı yüzey panelleme yaklaşımları incelenmektedir. Bu yaklaşımlar temel mimarî çizim bilgisi ve güncel tasarım araçları kullanılarak gerçekleştirilebilecek sadelikteki çözümler arasından seçilmiştir. Bu iki ön çalışmanın sonucu olarak farklı eğriliklere sahip yüzeylerin farklı panelleme yaklaşımları ile uygulanabilirliği konusunda fikir veren bir karşılaştırma sunulacaktır. Bu karşılaştırma ile özel yazılımlara veya danışmanlıklara ihtiyaç duyulmadan önce mimarlarda temel yüzey geometrisi bilgilerine dayanan bir öngörünün oluşturulması veya bu öngörünün körelmesinin önlenmesi hedeflenmektedir. Son bölümde araştırmanın ilerleme olanakları tartışılmaktadır.

### Kaynak Özeti

Mimarî yüzeylerin panellenmesini konu edinen araştırmaların özellikle geçtiğimiz on yıl içerisinde yaygınlaştığı ve hız kazandığı görülmektedir. Bu araştırmaların odaklandıkları problemler incelendiğinde, yüzey panellerinin düzlem olması, yüzeyin kıvrımlarını doğru biçimde takip etmesi veya olabildiğince az panel çeşidi üretmek maliyeti düşürmesi gibi temel araştırma problemlerinden bahsedilebilir. Serbest biçimli yüzeylerin düzlem malzemelerden kesilen parçalarla nasıl inşa edilebileceğinin hesaplanması bu alanda en sık karşılaşılan araştırma konularından birisidir.

Düzlem paneller oluşturmak üzere yüzeylerin üçgenlenmesi<sup>8</sup> özellikle bilgisayar grafiğinde yaygın kullanım bulan bir çözüm olmasına rağmen mimarî yüzeylerin panellenmesi bağlamında dörtgenlerle kıyaslandığında daha fazla sayıda ve çeşitlilikte birleşim detayı oluşturduğu için eşit yüzey alanını kaplamak konusunda üçgenlerin dörtgenlere kıyasla yüksek maliyetli olduğu bilinmektedir.<sup>9,10</sup> Üçten fazla panelin aynı noktada birleşmesi statik hesaplamayı güçleştirmeye başlamaktadır. Üçgenlemede aynı noktada altı panelin farklı açılarla birleştiği durumlar oluşmakta, bu durum, noktaların burulma içermeyecek şekilde hesaplanmasını güçleştirmektedir.<sup>11,12</sup>

Yüzeylerin düzlem dörtgenler kullanılarak bölünmesi bu alandaki güncel araştırma konularından birisidir. Berk'in doktora çalışmasında yüzeyleri düzlem dörtgen panellere ayırtıran farklı algoritmaların avantaj ve dezavantajları incelenmektedir.<sup>13</sup> Tasarıma başlamadan önce dörtgen panelleme karar verildiği öngörüsü üzerinden hareket eden bazı araştırmalarda belirli matematik yüzeylerin düzlem dörtgen panelleme için daha uygun olduğu açıklanmaktadır.<sup>14,15,16</sup>

Diğer yandan yüzeyin yukarıdaki özel yöntemler kullanılmadan serbest biçimde tasarlandığı durumlar için, düzlem dörtgen panelleri sonradan oluşturmayı hedefleyen araştırmalar da vardır. Bu araştırmalarda yüzeyden olabildiğince az uzaklaşacak şekilde hesaplama yapan algoritmalar oluşturulmaktadır.<sup>17</sup> Örneğin, dörtgen düzlem panelleme yapabilmek için herhangi bir yüzeyin asal eğrilik çizgileri<sup>18</sup> kullanılabilir.<sup>19,20</sup>

Düzlem dörtgenler dışında, daha fazla kenara sahip paneller üretebilmek için geliştirilen yöntemler de bulunmaktadır. Örneğin Pottmann v.d. araştırmalarında sundukları yüzey eğriliğine uyum sağlayan altı kenarlı panelleme yöntemi ile bu iki konu arasındaki yakın ilişkiye vurgu yapmaktadırlar.<sup>21,22</sup> Röriğ v.d. araştırmalarında altıgen panellerin yüzey üzerine en iyi biçimde yerleştirilmesi sorununa çözüm aramaktadır. Değerlendirilen başarı kriterleri, panellerin hepsinin düzlemsel, eşkenar ve eşit olabilmesi üzerine kurulmuştur.<sup>23</sup>

Panellerin kenar sayılarından çok yüzey eğrilikleri ile ilişkili olarak üretim olanaklarına odaklanan araştırmalar da bulunmaktadır. Örneğin, Achim Menges ve meslektaşları tarafından 2014 yılında geliştirilen ve inşa edilen Landes-

<sup>8</sup> (İng.) Triangulation.

<sup>9</sup> Pottmann v.d., 2007, sf. 676.

<sup>10</sup> Pottmann v.d., 2007b.

<sup>11</sup> Cutler ve Whiting, 2007. Araştırmacılar bu durumu üç ayaklı bir sandalyenin her durumda sabit kalabilmesi, daha fazla ayağın eklenmesinin sabitlemeyi giderek daha zorlaştırmasıyla örneklendirmektedir.

<sup>12</sup> Pottmann v.d., 2007b.

<sup>13</sup> Berk, 2012, sf. 36-49.

<sup>14</sup> Glymph v.d., 2004.

<sup>15</sup> Berk, 2012.

<sup>16</sup> Pottmann, 2007, sf. 682.

<sup>17</sup> Pottmann, 2007, sf. 683.

<sup>18</sup> (İng.) Principal curvature lines.

<sup>19</sup> Pottmann, 2007, sf. 677.

<sup>20</sup> Liu v.d., 2011.

<sup>21</sup> Pottmann v.d., 2007b.

<sup>22</sup> Pottmann v.d., 2007, sf. 705.

<sup>23</sup> Röriğ, v.d., 2014.

<sup>7</sup> (İng.) Surface curvature.

gartenschau sergi salonu, yüzeyin Gauss eğriliğine uyum sağlayan panelleme yaklaşımlarına örnek gösterilebilir. Bir başka çalışmada Pottmann v.d. düzlem paneller yerine tek eğrilikli panellerin kullanımını incelemekte,<sup>24</sup> Berk ise doktora çalışmasında<sup>25</sup> malzeme özelliklerinin hesaplama ya dahil edilmesinin yol açabileceği yeni yöntemler üzerinde durmaktadır.

Eigensatz v.d. araştırmalarında<sup>26</sup> ise serbest biçimli yüzeylerin panellenmesinde düzlem veya çokgen panellere odaklanmak yerine, panellenmenin toplam maliyetine odaklanan bir çalışma sunmaktadır. Buna göre, düzlem, silindirik, paraboloid, kübik parçalarından veya torus parçalarından oluşan farklı türlerde kalıpların mimarî yüzeylerde uygun biçimde kullanılmaları ile oluşturulabilecek panelleme alternatifleri açıklanmakta, elde edilen maliyet avantajları sunulmaktadır.

Belirli geometrik problemlere odaklanmak yerine konuya genel bir bakış getiren diğer bir çalışmada, inşaat endüstrisinin günümüzde “bunu inşa edebilir miyiz?” sorusundan “bunu inşa etmeli miyiz?” sorusuna doğru evrilmekte olduğu belirtilmektedir.<sup>27</sup> Farklı panelleme yaklaşımlarının karşılaştırılmasının ardından böyle araştırmaların mimar, mühendis ve müteahhit arasındaki iletişimin sağlıklı yürütülmesi açısından önemi vurgulanmaktadır.<sup>28</sup>

Bu alanda çalışan ve mimarlık ofislerine danışmanlık yapan Evolute,<sup>29</sup> Gehry Technologies<sup>30</sup> veya Mesh<sup>31</sup> gibi araştırma-geliştirme (AR-GE) grupları bulunmaktadır. Mimarların, inşaat mühendislerinin, matematikçilerin ve hesaplamalı tasarım uzmanlarının birlikte çalıştığı bu tür oluşumlar, karmaşık yüzeylerin maliyet, malzeme ve üretim olanakları gibi kısıtlara bağlı olarak en etkin biçimde panellenmesini sağlayan çözümler geliştirmektedirler.

Bu alandaki araştırmaların bir bölümünde de, mimarî uygulamalarda elde edilen deneyimin aktarıldığı görülmektedir.<sup>32</sup> Örneğin, Kaijima ve Michalatos, farklı yüzey ayrıştırma yaklaşımlarının denendiği bir proje çalışmasını anlattıkları araştırmalarında<sup>33</sup> tasarım kriterlerini ve farklı ayrıştırma seçeneklerini incelemektedir.

Yüzey ayrıştırma algoritmalarının bazı tasarım araçları içerisinde yardımcı yazılımlar olarak kullanılmaya başlanmasıyla bu araçların denendiği ve karşılaştırıldığı araştırmaların da hız kazandığı görülmektedir. Henriksson ve Hult’un yüksek lisans çalışması,<sup>34</sup> yük dağılımlarını ve panel benzerliklerini eniyilemek için kullanılabilecek güncel tasarım araçlarını incelemektedir.

Uluslararası düzeyde yaygın katılıma sahip “Advances in Architectural Geometry” sempozyumları, mimarî yüzeylerin panellenmesi ile ilgili araştırmaların sunulduğu ve yayınlandığı bir platformdur. Bu sempozyumlarda çeşitli disiplinlerinden araştırmacıların birlikte oluşturdukları bildiriler sunulmaktadır.

Türkçe mimarlık yazınında hem mimarî panelleme hem de güncel mimarî geometrinin diğer konuları ile ilgili bilgi üretimi sınırlıdır. Ali Düzgün’ün 1988’de yayınladığı “Mimarlar ve Mühendisler için Temel Tasarı Geometri” kitabı, yüzey geometrisinden bahsedilen az sayıdaki Türkçe mimarlık yazınından birisidir.<sup>35</sup> Akademik çalışmaların eksikliğine karşın bu alanın ekonomik potansiyelleri ülkemizdeki yapı firmalarında değerlendirilmektedir. Giriş bölümünde bahsedilen yazılım eklentileri ülkemizde prekast bina cepheleri tasarlayan ve üreten bazı firmalarda aktif olarak kullanılmaktadır. Bu yapı firmaları bünyesinde oluşturulan parametrik tasarım ekipleri, bu alanda danışmanlık hizmeti veren uluslararası gruplarla rekabet halindedir. Bu deneyimin AR-GE’ye dönüşümü için sektörde mevcut olan potansiyellerin değerlendirilebileceği akademik farkındalık ve mimarlık eğitiminde bu talebe cevap verebilecek tepkiler ise henüz başlangıç seviyesindedir. Ülkemizde sayısal tasarım teknolojileri alanında herhangi bir bilimsel dergi bulunmamasına rağmen, 2006’dan itibaren konu ile ilgilenen araştırmacılar tarafından sürdürülen Mimarlıkta Sayısal Tasarım Ulusal Sempozyumlarında bu makalenin de konu edindiği başlıklardan bazıları ile ilgili araştırmalar sunulmaktadır.

### Mimari Yüzeylerin Gauss Eğriliğine Göre Sınıflandırılması

Yüzey eğriliği ile ilgili araştırmalar, Antik Yunan’dan başlayarak çeşitli aşamalardan geçmiş, Descartes, Kepler, Fermat ve Huygens’in çalışmalarının ardından 17.yy’da Newton ve Leibniz tarafından Kalkülüs’ün geliştirilmesi ile hız kazanmıştır.<sup>36</sup> Bu gelişmelerden türeyen eğrilik fikri, Öklit geometrisinin önermelerini yeniden sorgulamaya, uzay, zaman ve yer çekiminin matematik ve fizik anlamının netleştirilmesine yol açarak bu bilim alanlarında önemli gelişmelere neden olmuştur.<sup>37</sup> Günümüzde eğrilerin<sup>38</sup> ve yüzeylerin eğriliği diferansiyel geometrinin konularıdır. Bu makalede ise, yüzey eğriliği mimarlıkta kullanıldığı anlamıyla konu edinilmiştir. Bu eğrilik tanımı, cisimlerin içinde buldukları uzaydan bağımsız, içkin olarak sahip oldukları eğriliktir. Yüzeylerin içkin eğriliği ilgili hesaplama yöntemi Carl Gauss tarafından 19’uncu yüzyılda tanımlanmış ve bu nedenle Gauss eğriliği<sup>39</sup> olarak isimlendirilmiştir.

Gauss’un yüzey eğriliğini hesaplama yöntemini açıklamak için öncelikle eğrilerin eğriliğinin nasıl hesaplandığı-

<sup>24</sup> Pottmann, v.d., 2008.

<sup>25</sup> Berk, 2012, sf. 10.

<sup>26</sup> Eigensatz, 2010.

<sup>27</sup> Hambleton, v.d, 2009, sf. 239.

<sup>28</sup> Hambleton, 2009, sf. 243.

<sup>29</sup> Evolute: www.evolute.at.

<sup>30</sup> Gehry Technologies: www.gehrytech.com.

<sup>31</sup> Mesh: http://meshconsultants.ca

<sup>32</sup> Schiftner, v.d., 2012.

<sup>33</sup> Kaijima ve Michalatos, 2007.

<sup>34</sup> Henriksson ve Hult, 2015.

<sup>35</sup> Düzgün, 1988.

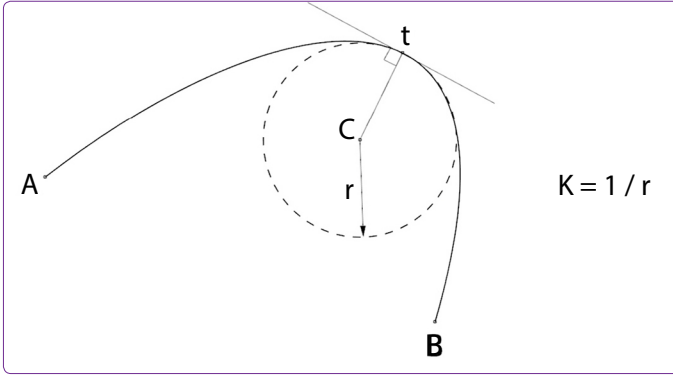
<sup>36</sup> Stillwell, 2010, sf. 335.

<sup>37</sup> Stillwell, 2010, sf. 340.

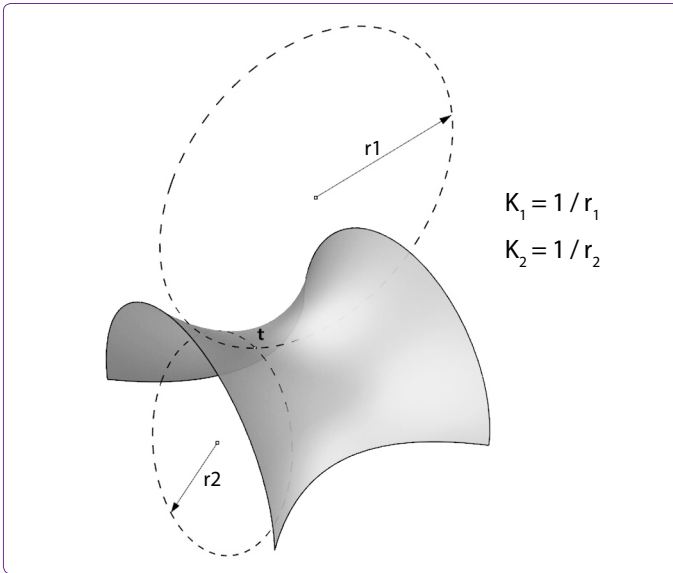
<sup>38</sup> (İng.) Curve: Her tür çizginin (kıvrımlı veya düz) genel ismidir.

<sup>39</sup> (İng.) Gaussian curvature.





Şekil 2. Dokunum çemberi yoluyla eğriliğin hesaplanması.



Şekil 3. Yüzeylerin eğriliğinin hesaplanması.

nı anlamak gerekir. Buna göre eğrilik ( $K$ ), bir AB eğrisinin üzerindeki bir  $t$  noktasındaki dokunum çemberinin<sup>40</sup> büyüklüğü ile ters orantılıdır (Şekil 2). Bu çember herhangi bir teğet çember olmayıp eğriye en çok yaklaşan çembere dir. Bu çemberin merkezine eğrilik merkezi<sup>41</sup> adı verilir.<sup>42</sup>  $t$  noktasındaki eğrilik arttıkça dokunum çemberinin yarıçapı ( $r$ ) küçülür. Bu durum eğrinin o noktada daha fazla kıvrıldığı anlamına gelmektedir ( $K$  büyür). Eğri  $t$  noktasında düzleştikçe dokunum çemberi de büyüyecektir ( $r$  büyür). Dokunum çemberi sonsuz büyüklükte ise o noktada eğrilik sıfırdır ve eğri o noktada düzdür. Dokunum çemberinin merkezi ile  $t$  noktasını birleştiren eksen, eğri ile dik açıdadır. Bu çemberi bilinen mimarî çizim yöntemleri ile hesaplamak mümkün değildir. Güncel bilgisayar destekli tasarım araçları hem dokunum çemberini, hem de eğrilik değerini hesaplayan komutlar içerirler.

Bu araştırmanın konusunu oluşturan yüzey eğrilikleri ise yüzeyin üzerindeki bir  $t$  noktadan geçecek şekilde her

iki yönden alınan kesitler üzerinde yukarıdaki yöntem kullanılarak oluşturulan iki dokunum çemberi yardımıyla ölçülmektedir (Şekil 3). Bu kesitler yüzey üzerinde rastgele yönlerden geçirilmeyip, yüzeyin o noktasından geçen kesitler içerisinde en yüksek eğriliğe sahip olan kesit ile ona en zıt şekilde kıvrılmış dik kesiti verecek şekilde seçilirler.  $t$  noktasından geçirilen bu kesitlerin dokunum çemberleri vasıtasıyla her iki yöndeki asal eğrilikleri<sup>43</sup> ( $K_1$  ve  $K_2$ ) elde edilmiş olur. İki asal eğrilik kesiti her zaman birbirine dik yönlerde dir.<sup>44</sup>

İki asal eğrilik değeri elde edildikten sonra, yüzeyin  $t$  noktasındaki eğriliği aşağıdaki biçimlerde hesaplanabilir:

$(K_1 + K_2) / 2$ : Asal eğriliklerin aritmetik ortalaması o nokta için yüzeyin ortalama eğriliğini<sup>45</sup> verecektir.

$K_1 \times K_2$ : Asal eğriliklerin çarpımı ise o nokta için yüzeyin Gauss eğriliğini verecektir.

Ortalama eğrilik bir oran olduğu için ölçüm yapılan yüzeyin büyüklüğünden bağımsız bir değerdir. Bu nedenle mimarî yüzeylerdeki kullanımı daha geri planda olup, genellikle hesaplamalı geometrinin başka alanlarında kullanım bulmaktadır. Ortalama eğriliğin mimarlıkta en çok kullanıldığı alan minimal yüzeylerdir. Minimal yüzeylerde ortalama eğrilik her noktada sıfırdır.<sup>46</sup> ( $K_1 + K_2 = 0$ ). Bu da her iki yöndeki asal eğriliğin sürekli olarak birbirine denk ve zıt yönlerde olduğu yüzeylerde mümkündür. Ortalama eğriliğin ölçekten bağımsız olma durumunu belli eden en bilinen örneklerden birisi, Frei Otto'nun sabun köpükleriyle oluşturduğu minimal yüzeyler ile yaptığı deneylerdir. Bu deneyler hafif mimarî strüktürlere, sadece çekmeye çalışan germe ve membran sistemlerine uyarlanarak 1972 Münih Olimpiyat Stadı'nın çatısının tasarlanmasını ve üretilmesini mümkün kılmıştır.

Bu çalışmanın konu edindiği Gauss eğriliği ise üzerinde çalışılan yüzeyin boyutları ile ilişkilidir. Yüzey büyüdükçe Gauss eğriliği azalır. Bu nedenle içerisinde ölçü ve ölçek barındırabilen bir enformasyondur. Yüzeyin düz bir plaka biçiminde açılabilir olmak gibi performansları Gauss eğriliği ile yakından ilişkilidir. Bu nedenle tasarım disiplinlerinde Gauss eğriliği ortalama eğriliğe kıyasla daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu araştırmada da mimarî yüzeylerin eğriliği konu edinildiği için Gauss eğriliği üzerinde çalışılacaktır. Aşağıdaki bölümde mimarların Gauss eğriliğini matematik formülü ile hesaplamaya gerek kalmadan yüzeyleri gözlemleyerek hissetmelerini sağlayacak ipuçları verilmiştir.

Dokunum çemberlerinden en az bir tanesi sonsuz büyüklükte ise alınan kesit düz bir çizgidir ve yüzeyin o noktasındaki Gauss eğriliği sıfırdır. ( $K_g \times 0 = 0$ ). Bir yüzeyin her noktasında Gauss eğriliği sıfır ise o yüzey düzlem olarak açılabilir, veya bir düzlem malzemeden katlanarak inşa

<sup>40</sup> (İng.) Osculating circle.

<sup>42</sup> Stillwell, 2010, sf. 340.

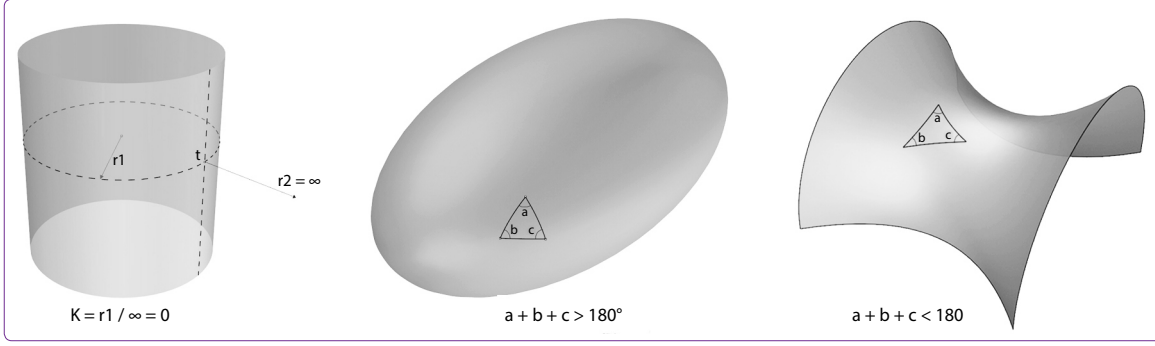
<sup>41</sup> (İng.) Center of curvature.

<sup>43</sup> (İng.) Principal curvatures.

<sup>45</sup> (İng.) Mean curvature.

<sup>44</sup> Stillwell, 2010, sf. 343.

<sup>46</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 498.



Şekil 4. Gauss eğriliği; (solda) sıfır, (ortada) pozitif, (sağda) negatif eğrilik durumları.

edilebilir (Şekil 4, sol). Çekme veya büzme haricindeki deformasyon içermeyen katlama hareketleri ile Gauss eğriliği değişmez.<sup>47,48</sup> Bu nedenle sıfır Gauss eğriliğine sahip yüzeyler, düzlemler ile izometrik olarak eşleştirilebilir,<sup>49,50,51,52</sup> dolayısıyla düzleme açılabilirler.<sup>53</sup> Bu bilgi bilgisayar grafiği ve mimarî modellemede cisimlerin foto gerçekçi görüntülerini almak üzere dokularla kaplanmasında kullanılmaktadır.<sup>54</sup>

Sıfırdan farklı bir eğriliğe sahip olan, dolayısıyla düzlem olarak açılmayan yüzeyler, mimarî dilde çift eğrilikli<sup>55</sup> olarak tanınmaktadır. Sıfırdan farklı Gauss eğrilikleri ya pozitif ya da negatif olarak ifade edilir. Dokunum çemberlerinin her ikisinin de yüzeyin aynı tarafında olduğu durumlarda o noktada pozitif Gauss eğriliği vardır (Şekil 4, orta). Bir yüzeyin pozitif Gauss eğriliğine sahip bölgelerinde kenarlar yüzeyin aynı tarafına doğru kıvrıldığı için yüzey kapanma eğilimi gösterir. Bir yüzey üzerinde pozitif Gauss eğriliğine sahip olan bölgelerde yüzey üzerine çizilen bir üçgenin iç açılarının toplamı 180 dereceden fazladır ve yüzey üzerine çizilen çemberlerin çevresi  $2 \times \pi \times R$ 'den büyüktür.<sup>56</sup> Bir yüzey üzerinde pozitif Gauss eğriliğine sahip noktalara "eliptik nokta",<sup>57,58</sup> pozitif Gauss eğriliğine sahip yüzeylere "sinklastik" yüzeyler denir.<sup>59</sup>



Şekil 5. St. Mary Axe Binası (İngiltere), Mimar: Foster + Partners, 2004.<sup>61</sup>

Kapalı hacimler tanımlayan yüzeylerde Gauss eğriliği genellikle pozitifdir. Bir yüzeyin her noktasındaki Gauss eğriliği pozitif ve sabit bir değer ise o yüzey bir küre parçası veya küredir. Pozitif eğriliğe sahip yüzeyler içeren biçimler genel olarak kapanma eğilimleri gösterirler ve yük dağılımı genellikle basınca çalışan yapılar oluştururlar. Buckminster Fuller'in 1982 yılında Florida ABD'de tasarladığı The Spaceship Earth yapısındaki geometrik çözüm küre tasarımının mimarlıktaki önemli örneklerinden birisini teşkil etmiştir. Jeodezik küre tasarımı yüzey eğriliğinin düzenli ve pozitif olduğu durumlarda kullanılabilen ve çeşitlilik içerebilen önemli mimarî çözümlerden birisidir. Yukarıda özetlenen nitelikler incelendiğinde mimarlık söyleminde genellikle ince kabuk strüktür<sup>60</sup> olarak isimlendirilen tasarımların ço-

<sup>47</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 531.

<sup>48</sup> Conway, v.d., 2010, sf. 62-63.....

<sup>49</sup> (İng.) Mapping. Bu fiil, konunun jeodezi ve haritalama ile olan ilişkisini de anlatmaktadır. Bu iki bilim alanının konuları olan dünya haritasının oluşturulması problemi, sabit pozitif eğriliğe sahip olan dünya yüzeyinin deforme edilmeden düzlem harita ile izometrik olarak (uzunlukları koruyarak) eşleştirilemeyeceğini göstermektedir.

<sup>50</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 498.

<sup>51</sup> Stillwell, 2010, sf. 344.

<sup>52</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 535

<sup>53</sup> (İng.) Unrolling; developable surfaces.

<sup>54</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 486.

<sup>55</sup> (İng.) Doubly curved.

<sup>56</sup> Gauss eğriliğinin yüzeylerin için (İng. Intrinsic) bir özelliği oluşu ile ilgili olarak aşağıdaki benzetime kaynaklarda sıkça başvurulduğu görülmüştür; Bir yüzeyin üzerindeki

iki boyutlu uzayda bulunan hayali canlılar, üç boyutlu uzaya ait bilgiye sahip olmasalar bile, çemberleri ve açıları ölçerek içerisinde buldukları uzayın eğrilik durumunu algılayabilirler. Bu bakış açısı, Edwin Abbott'un Flatland hikayesinde örneklendirilen boyut analogisinde (İng. Dimensional analogy) de görülmektedir.

<sup>57</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 491.

<sup>58</sup> Bu tür yüzeylerden alınan kontur kesitleri kapalı şekiller (örneğin elips) oluştururlar. Eliptik noktayı mimarların daha aşına oldukları bir ifadeyle açıklamak mümkündür. Katmanlar üst üste yapıştırılarak oluşturulan bir topoğrafya maketi üzerinde pozitif eğriliğe sahip bölgelerde (örneğin tepelerde ve çukurlarda) konturların kapalı eğriler (örneğin elips veya daireler) şeklinde oluştuğu gözlemlenir.

<sup>59</sup> Berk, 2012, sf.117.

<sup>60</sup> (İng.) Thin shell structure

<sup>61</sup> <https://pixabay.com/en/the-gherkin-30-st-mary-axe->

london-721886, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.



Şekil 6. Brasilia Katedrali (Brezilya), Mimar: Oscar Niemeyer, 1970.<sup>66</sup>

ğunlukla sabit veya değişken pozitif Gauss eğriliğine sahip yüzeyler içerdiğini söylemek mümkündür. Mimarlıkta değişken pozitif Gauss eğriliğine sahip yüzeylere örnek olarak Londra'da Foster + Partners tarafından tasarlanıp 2004'te tamamlanan St. Mary Axe binası gösterilebilir. Binanın kabuğu doruk noktasına yaklaştıkça artan pozitif eğriliğe sahip bir yüzeydir (Şekil 5).

Gauss eğriliği hesaplanırken oluşturulan iki dokunum çemberi yüzeyin zıt taraflarında kalıyorsa o noktada yüzeyin Gauss eğriliği negatiftir (Şekil 4, sağ). Negatif Gauss eğriliği olan bölgelerde yüzeyin karşılıklı iki yönü birbirine zıt olarak kıvrıldığı için yüzey o noktada kapanmama eğilimindedir. Bir yüzey üzerinde negatif Gauss eğriliğine sahip bölgelerde yüzey üzerine çizilen bir üçgenin iç açılarının toplamı 180 dereceden azdır, yüzey üzerine çizilen çemberlerin çevresi  $2 \times \pi \times R$ 'den küçüktür. Bir yüzeyin üzerinde negatif Gauss eğriliğine sahip noktalara hiperbolik nokta,<sup>62,63</sup> bu tür yüzeylere "antiklastik" yüzeyler denir.<sup>64</sup> Bir yüzeyin her noktasında Gauss eğriliği negatif ise o yüzey kapalı değildir. Her noktasındaki Gauss eğriliği negatif olan yüzeylere südoküre<sup>65</sup> örnek gösterilebilir.

Mimarlıkta negatif eğriliğe sahip yüzeylerden oluşan biçimler, yukarıda açıklanan niteliklerinden ötürü "örtü" olarak tanımlanma eğilimindedirler. Santiago Calatrava'nın tasarladığı, 1985 yılında Coesfeld Almanya'da inşa edilen garaj kapısı, değişken negatif eğrilik gösteren matematiksel yüzeylerden birisi olan konoid'e örnek olarak gösterilebilir. Oscar Niemeyer'in 1970'da Brezilya'da tamamlanan Brasilia Katedrali, değişken negatif eğriliğe sahip hiperboloid yüzeylerin mimarî yorumları arasında en bilinen örneklerdendir (Şekil 6).

<sup>62</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 491.

<sup>63</sup> Mimarların daha aşına oldukları bir ifadeyle, bir topoğrafya maketi üzerinde negatif eğriliğe sahip bölümlerde zıt yönde iki adet hiperbol benzeri eğriye sahip katmanın birbirine yaklaştığı fakat birbirine değmedikleri görülür. Bu durum genellikle iki tepenin veya iki çukurun

arasında gözlemlenebilir.

<sup>64</sup> Berk, 2012, sf. 117.

<sup>65</sup> (İng.) Pseudosphere (örneğin hiperboloid).

<sup>66</sup> <https://pixabay.com/en/brasilia-brazil-cathedral-church-83557>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CCO lisansı ile kullanılmıştır.



Şekil 7. Walt Disney Konser Salonu (ABD), Mimar: Frank Gehry, 2003.<sup>68</sup>

Negatif eğriliğin oluşturduğu kapanmama, sonsuza doğru açılma eğilimi, Félix Candela tarafından tasarlanıp 1959'da tamamlanan Meksika'daki Palmira şapelinde de kullanılmıştır. İnce betonarme çatıyı hiperbolik paraboloid parçası olarak tasarlayan Candela, Buckminster Fuller, Frei Otto, Heinz Isler ve diğer çağdaşları ile beraber geç modern mimarlık söyleminin matematik ve geometri ile bulunduğu dönemi simgeleyen araştırmacı mimarlar arasında yer almaktadır.

Mimarlıkta yoğun kullanım bulan bir başka yüzey sınıfı olan regle yüzeylerde<sup>67</sup> her zaman bir yönde düz çizgiler bulunuyor olması bunların sıfır eğriliğe sahip olan, dolayısıyla da açılabilir yüzeyler olmaları yanlıgısını doğurabilmektedir. Esasen bu yüzeylerin asal eğrilikleri sıfır değildir ve Gauss eğriliği bu yüzeylerde (odak noktaları hariç) her yerde negatiftir. Los Angeles'deki Walt Disney Konser Salonu cephe tasarımında kullandığı regle yüzeyler, bu nedenle düz taşıyıcılarla desteklenebilen, yüzey panellemesi açısından ise açılabilir olmayan (çift eğrilikli) yüzeyler içerir (Şekil 7).

Gauss eğriliği ile ilgili yukarıda izah edilen temel durumlar (düzenli veya değişken pozitif, negatif ve sıfır eğrilik) her ne kadar bütün olasılıkları tanımlasalar da farklı amaçlarla tasarlanan mimarî yüzeylerin farklı bölgelerinde bu üç durum karışık olarak da bulunabilmektedir. Mimarî jargonda serbest biçimli yüzeyler<sup>69</sup> olarak tanımlanan bu yüzeyleri, Zaha Hadid Architects'in 2012 yılında Azerbaycan Bakü'de tamamladığı Haydar Aliyev Merkezi'nde veya 2007'de Avusturya'da inşa edilen Nordpark Tren İstasyonu'nun saçağında görmek mümkündür (Şekil 8). Bu tür cephe yüzeylerinde negatif, pozitif ve sıfır eğrilikler karışık olarak bulunabilmektedir.

Böyle yüzeylere bir başka önemli örnek, mimarlık söylemine "Blobitecture" olarak girmiş olan, Franken \ Archi-

<sup>67</sup> (İng.) Ruled surface (örneğin; hiperbolik paraboloid veya Möbius şeridi).

<sup>68</sup> <https://pixabay.com/en/walt-disney-concert-hall->

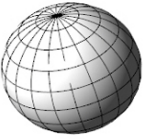
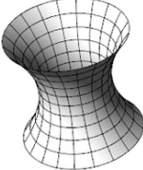
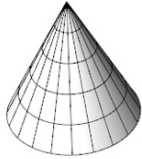
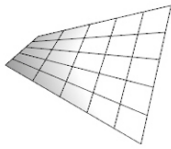

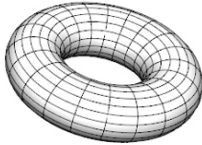
architecture-63133, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CCO lisansı ile kullanılmıştır. <sup>69</sup> (İng.) Free-form surfaces.





Şekil 8. Nordpark Tren İstasyonu (Avusturya), Mimar: Zaha Hadid Architects, 2007.<sup>70</sup>

Tablo 1. Eğriliklerine göre yüzey sınıfları

KÜRESEL	HİPERBOLİK	AÇILABİLİR	SERBEST		
DÜZENLİ POZİTİF EĞRİLİK	DÜZENLİ NEGATİF EĞRİLİK	DÜZENLİ SIFIR EĞRİLİK	NEGATİF-SIFIR ARASINDA DEĞİŞKEN EĞRİLİK	POZİTİF-SIFIR ARASINDA DEĞİŞKEN EĞRİLİK	NEGATİF VE POZİTİF DEĞİŞKEN EĞRİLİK
					

tektan Gmbh tarafından tasarlanıp 1999'da Frankfurt'ta tamamlanan Bubble'dır. Blobların merkez noktaları etrafındaki şişen bölümler pozitif eğrilik gösterirken, iki blobun birbirine yaklaştığı noktalarda esneyip uzayarak oluşturdukları bağlantı yüzeyleri negatif eğrilik kazanmaktadır. Bu örneklerin sayısını artırmak ve bu sayede herhangi bir hesaplama yapmadan, sadece gözlem yaparak yüzey eğrilikleri arasındaki farkları algılayabilmek mümkündür. Mimarî yüzeylerin Gauss eğriliklerine göre sınıflandırılması, Tablo 1'deki gibi alınmıştır (Tablo 1);

### Mimarî Pannelleme Yaklaşımları

Yüzey ayrıklaştırma yüzeylerin matematik alt kümesinin tanımlanmasıdır. Mimarî panelleme sürecinin matematik altyapısı yüzey ayrıklaştırmanın konu alanlarından birisidir. Bu işlem genellikle parametrik yüzeyler üzerinde sınırlar oluşturmak üzere referans nokta setlerinin yerleştirilmesi ve bu noktaların komşuluk ilişkilerinin tanımlanması ile gerçekleşir.<sup>71</sup> Nokta setlerinin ve komşuluk ilişkilerinin tanımlanmasını amaç edinen farklı yöntemler bulunmaktadır. Bir yöntemin seçimi elde edilecek sonuçtan beklenen başarıma bağlıdır. Bu çalışma kapsamında ele alınan yüzey ayrıklaştırma yaklaşımları, mimarî panellemelerde kullanılabilecek, bina yüzeylerinin hem örtük<sup>72</sup> hem de pa-

rametrik gösterimlerini kullanan bazı temel panellenme yaklaşımları arasından seçilmiştir. Pannelleme yaklaşımlarının seçim kriterleri aşağıdaki gibidir;

- Özellikle erken tasarım aşamalarında kullanım bulduğu örnekleriyle bilinen bazı yaklaşımlar,
- Hem geleneksel bilgisayarlı çizim araçları, hem de parametrik modellemeye ve kodlanmaya uygun yaklaşımlar,
- Araştırma alanını en geniş şekilde temsil edebilmek için mümkün olduğunca farklı başarımlarına yönelik yaklaşımlar,
- Araştırma alanının hızlı ilerlemeler kaydedilen ve güncellenen bir alan olması nedeniyle metnin bir sonraki bölümünde açıklanan yanlılanabilirlik ilkelerine uygun bir başlangıç yapabilecek yaklaşımlar seçilmiştir.

### Konturlama

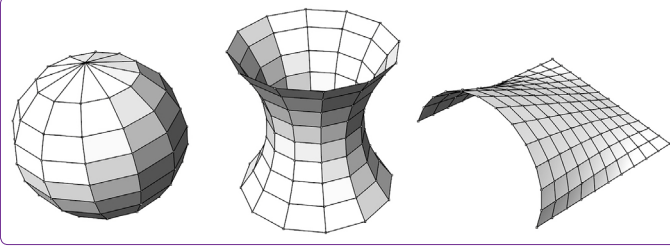
Bu panelleme yaklaşımı, kaynak<sup>73</sup> olarak kullanılan yüzey üzerinde kesitler alınması, bu kesitlerin üzerine noktalar yerleştirilmesi ve noktaların birleştirilerek panellerin elde edilmesidir (Şekil 9). Bu yaklaşımdan elde edilecek sonuç kesit düzlemlerinin yönüne ve aralığına bağlıdır.

Mimarî örnekler içerisinde buna benzer yaklaşımlarla panellenen yapılara örnek olarak 2003 yılında Avusturya,

<sup>70</sup> <https://pixabay.com/en/architecture-modern-zaha-hadid-1618100/>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır. <sup>71</sup> Frank, 2009. <sup>72</sup> (İng.): Implicit representation of surfaces.

<sup>73</sup> Kaynak yüzey, panellenmenin uygulanacağı, kimi zaman soyut ve eskiz niteliği taşıyabilen yüzey tasarımlarını ifade etmektedir.





Şekil 9. Konturlama yaklaşımı ile yüzeylerin panellenmesi.



Şekil 10. Sage Gateshead (İngiltere), Mimar: Foster + Partners, 2004.<sup>76</sup>

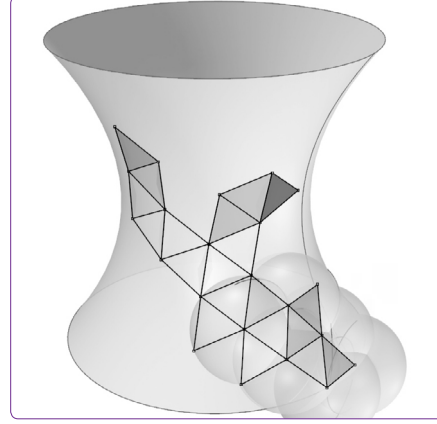
Graz'da tamamlanan, Colin Fournier ve Peter Cook tarafından tasarlanan Kunsthaus gösterilebilir. Bu yapının panellerinin hepsi birbirinden farklıdır ve çift eğriliklidir.<sup>74</sup> Foster + Partners'in 2004'te Londra'da tamamlanan Sage Gateshead binası ise bu yöntemle gerçekleştirilen panellerin düzlem olabildiği özel bir durumu göstermektedir<sup>75</sup> (Şekil 10). Bu örnekte görülen ve translational veya rotational adı verilen özel yüzey geometrileri düzlem dörtgenlerle panellenilmektedir. Bunun için kaynak yüzeyin özel olarak bu panelleme yaklaşımına uygun olacak şekilde oluşturulması ve kesitlerin de bu yöntemle uygun şekilde alınması gerekmektedir.

Bu yöntem ve örnekler tasarım-üretim ve geometrinin çift yönlü ilişkisini vurgulaması açısından önemlidir. Taşıyıcı sistem ve mekân örgütlenmesi gibi diğer asal parametrelerin yanında geometri ve panellenme başarımlarının mimarî tasarımda birer çıkış noktası olarak alınabildiğini gösteren örnekler olması bağlamında tartışılabilir konu başlıkları açmaktadır. Bu araştırma bağlamında ise benzer panelleme yaklaşımlarının farklı kaynak yüzeylerde mimarları nasıl farklı tasarım süreçlerine yönlendirdiğini görmek açısından önemsenmektedir. Kunsthaus'taki kaynak yüzeyin serbest biçimine uyum sağlayan panelleme bu makalede ele alınan geometrik başarımlar yerine tasarım ve teknoloji ilişkisinin

<sup>74</sup> Bu panellerin taşıyıcı özelliği yoktur, iç taşıyıcı üçgen kirişlerle oluşturulmuştur. Bu yapı, dış panelleme ile taşıyıcı sistemin birbirinden ayrıştırıldığı örneklerden birisidir.

<sup>75</sup> Normal koşullarda bu yöntemle herhangi bir serbest biçimli yüzeyin düzlem dörtgenlerle panellenmesi mümkün değildir. Bu örnekte görülen ve translational veya rotational yüzey adı verilen özel durumlarda ise düzlem dörtgenlerle panellenilmektedir. Bunun için yüzeyin panelleme yaklaşımına uygun olacak şekilde özel olarak tasarlanması gerekmektedir.

<sup>76</sup> <https://pixabay.com/en/new-castle-sage-gateshead-mirror-2922324/>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.



Şekil 11. Öklid küreleri kullanılarak bir hiperboloid'in panellenmesi.



Şekil 12. Soumaya Müzesi, Fernando Romero, 2011.<sup>78</sup>

bir dışavurumu amacıyla gerçekleştirilmiştir. Sage Gateshead örneğinde ise panellenmenin geometrik başarımı (düzlem olmak, eş olmak) tasarım sürecini yönlendiren etmenlerden birisi hâline gelmiştir. Her ne kadar Kunsthaus gibi yapılar, içerdikleri panellenme çözümlerinde bu araştırmada gözlemlenen başarımları amaçlamıyor olsalar da bu onların başarısız tasarımlar olduğu sonucunu doğurmaz.

### Öklid Küreleri

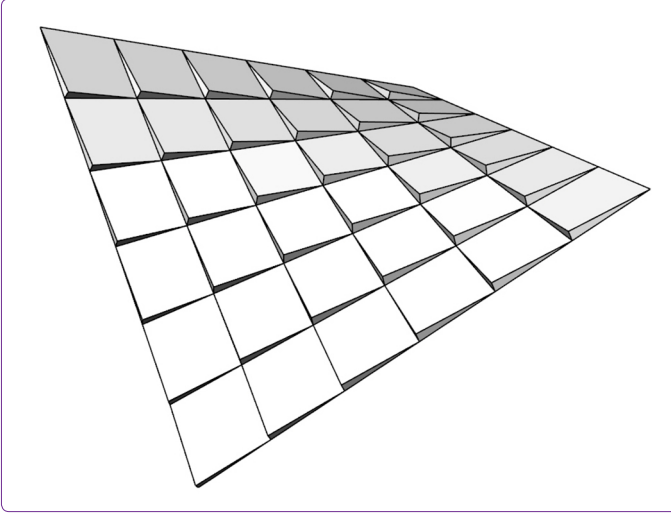
Öklid küreleri, pergel ve cetvel kullanarak iki boyutlu şekillerin çizildiği Öklid inşalarının üç boyutlu uzaya uyarlanmış biçimidir. Panellerin kenar boylarına tam olarak hâkim olabilmek için belirli yarıçaplara sahip kürelerin birbirleriyle ve kaynak yüzey ile kesiştirilmesidir (Şekil 11). Böylelikle kaynak yüzey üzerinde istenilen mesafelerde noktalar oluşturulabilmektedir.

Fernando Romero'nun tasarladığı ve Gehry Technologies'in cephe danışmanlığını yaptığı, Mexico City'de 2011 yılında açılan Soumaya Müzesi'nde karmaşık eğriliklere sahip bir yüzeyin farklı panelleme yaklaşımları ile denendiği bilinmektedir (Şekil 12). Bu denemelerden birisinin, bu çalışmada bahsedilen Öklidyen küreler yakla-

<sup>77</sup> Gehry Technologies, 2015.

<sup>78</sup> <https://pixabay.com/en/cdmx-mexico-city-museum->

soumaya-1876845 Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.



**Şekil 13.** Dörtgen uzatma yaklaşımı ile bir hiperbolik paraboloid'in panellenmesi.

şımı olduğu görülmektedir.<sup>77</sup> Öklidyen küreler yaklaşımı ile oluşturulan paneller, panel boyutlarının kontrol edilmesinin istendiği durumda etkin olarak kullanılabilir. Beraber, belirli özel yüzeyler dışında eğriliğe sahip yüzeylerde bütün panellerin eş olmaları ihtimalinin az olduğu görülmüştür.

#### Dörtgen Uzatmak

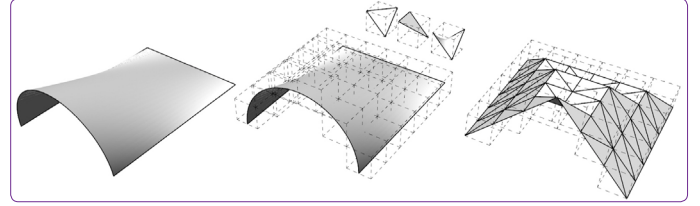
Yüzey üzerine yerleştirilen düzenli veya düzensiz noktalar dörtgenler oluşturacak şekilde bir araya getirilirken düzlem olmayan durumlarda dördüncü noktanın kaydırılması ve düzlem dörtgenler oluşturulmasıdır (Şekil 13). Bu yöntem diğerlerinden farklı olarak mutlak yüzey eğriliğinin arttığı bölgelerde yüzeyden ayrılarak farklı bir doku oluşturmaktadır.

Bu yöntem kullanılarak ayrıştırılmış ve panellenmiş iki mimarî örnekten bahsedilebilir. Asymptote Architecture tarafından tasarlanan ve 2009 yılında Abu Dhabi'de tamamlanan The Yas Hotel dış cephesi bu yaklaşımla düzlem olarak panellenmiştir. Aynı yaklaşım, Foster + Partners'ın 2007'de Washington ABD'de tamamlanan Smithsonian Institute binasının orta avlusunu örten çatı tasarımında da görülmektedir.

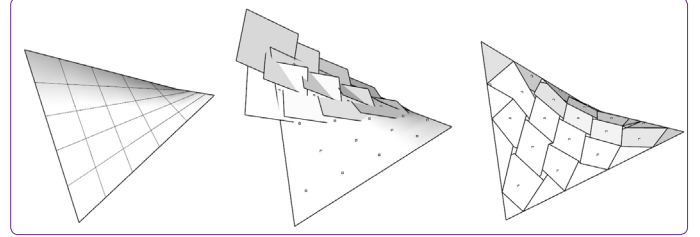
Dörtgen uzatma yaklaşımı değişken eğrilik görülen yüzeylerde anlamlı olarak kullanılabilir. Bu yaklaşımın en önemli özelliği düzlem paneller elde etmeyi garanti eder.

#### Küp Yürütme

Küp yürütme<sup>79</sup> yaklaşımı yüzeylerin üzerine yerleştirilen küp biçimli bir referans sisteminin<sup>80</sup> yardımıyla birimler oluşturarak yüzeye olabildiğince yaklaşmaya çalışmaktır (Şekil 14). Sistemin eş birimler hâlinde düşünülmesi üretim maliyetini düşürmekte, buna karşılık bu çalışmada sunulan



**Şekil 14.** Küp yürütme yaklaşımı ile yüzeylerin panellenmesi.



**Şekil 15.** Teğet düzlem kesiştirme yaklaşımı ile yüzeylerin panellenmesi.

yaklaşımlar içerisinde mimarî yüzeye yaklaşma oranı en düşük olan seçeneği sunmaktadır.

Bu panelleme yaklaşımının doğrudan kullanıldığı bilinen bir bina tasarımı bulunmamakla beraber modüler cephe tasarımlarında sıkça kullanılan bu tür yaklaşımların eğriliği yüzeylerde de kullanılabileceği öngörülebilir.

#### Teğet Düzlem Kesiştirme

Teğet düzlem kesiştirme<sup>81</sup> yaklaşımı, yüzey üzerine yerleştirilen noktalara ait teğet düzlemlerin bulunması ve bu düzlemlerin kesiştirilerek panellenmenin elde edilmesidir (Şekil 15).

Bu panelleme yaklaşımı güncel hesaplamalı tasarım araştırmalarında konu edinilen ve çeşitli denemeleri yapılan bir yaklaşımdır. Panellerin düzlem olmasını garanti eden, birbirinden farklı çokgen paneller üreten bu yaklaşımın yüzey eğriliği ile yakından ilişkisi bulunmaktadır. Değişken eğriliğe sahip yüzeylerde kullanışlı olan bu yöntem, pozitif veya negatif yöndeki eğrilik değişkenliği azaldıkça daha başarılı biçimde uygulanabilmektedir. Örneğin 2012'de Ramboll Computational Design grubu tarafından İngiltere'de tasarlanıp üretilen Trada Pavyonu bu panelleme yaklaşımının ekseriyetle pozitif eğriliğe sahip yüzeyler üzerine uygulanmış bir örneğidir. Benzer bir yaklaşım, Stuttgart Hesaplamalı Tasarım Enstitüsü'nde<sup>82</sup> tasarlanan ve disiplinler arası bir ekip tarafından üretilen Landesgartenschau Sergi Salonu'nda da görülmektedir.<sup>83</sup> Bu tasarım, teğet düzlem kesiştirme yaklaşımının değişken yüzey eğriliğine nasıl uyum sağlayabileceğine dair yenilikçi bir çözüm sunmaktadır.

<sup>81</sup> (İng.) Tangent plane intersection (TPI). <sup>83</sup> Schwinn ve Menges, 2015.

<sup>82</sup> (İng.) Institute for Computational Design (ICD).

<sup>79</sup> (İng.) Marching cubes. Lorensen v.d, (1987).

<sup>80</sup> (İng.) Voxel.

## Deneyler

Yukarıdaki bölümler yüzey eğriliğinin ve mimarî panellemenin bu çalışmada hangi kapsamlarda ele alınacağını açıklamıştır. Yapılacak karşılaştırma bu iki enformasyon kanalının ara kesitindeki bilgiyi sunacaktır. Test edilecek önermeler aşağıdaki kümeler içerisinde üretilmiştir;

- **Eğriliklerine göre kaynak yüzeyleri (A Kümesi);**
- Düzenli pozitif eğrilik
- Düzenli negatif eğrilik
- Düzenli sıfır eğrilik
- Negatif ile sıfır arasında değişken eğrilik
- Pozitif ile sıfır arasında değişken eğrilik
- Negatif ve pozitif arasında değişken eğrilik
- **Mimarî panelleme yaklaşımları (B Kümesi);**
- Konturlama
- Öklidyen Küreler
- Dörtgen Uzatma
- Küp Yürütme
- Teğet Düzlem Kesiştirme
- **Beklenen başarımlar (C Kümesi);**
- Panellerin tamamı veya bir kısmı düzlemdir (üçgen olmayan paneller)
- Panellerin tamamı veya bir kısmı eşkenardır
- Panellerin tamamı veya bir kısmı birbirine eşittir

Yukarıdaki kümeler kullanılarak aşağıdaki gibi önermeler türetilecektir;

“A türü eğrilik karakterine sahip kaynak yüzey üzerinde B panelleme yaklaşımı kullanıldığında C başarımları geçerlidir.”

Önermelerin test edilmesi için panellenme yaklaşımları

çeşitli çizim, modelleme ve kodlama araçları kullanılarak farklı kaynak yüzeyleri üzerine uygulanmıştır. Kullanılan kaynak yüzeyler, önermelerde ifade edilen eğrilik özelliklerine sahip temel yüzey şekilleridir (küre, hiperbolik paraboloid, hiperboloid, elipsoid, silindir vb.). Çizimlerin ardından bu yüzeyler üzerinde oluşturulan panellerin düzlem, eşit veya eşkenar olup olmadıkları analiz edilmiştir. Bu analiz sonucunda seçilen panellenme yaklaşımları ile ilgili yorumlara ulaşılmıştır. Varılan sonuçların her koşulda doğru olduğunu ispatlayacak genellemeler aramak yerine, mevcut veriler değerlendirildiğinde doğruya en yakın sonuca ulaşılması hedeflenmiştir. Özellikle negatif ve pozitif arası değişkenlik gösteren serbest biçimli yüzeylerde panelleme yöntemleri ile ilgili bir genelleme yapmak zorlaşmaktadır. Yapılan karşılaştırmaların yanlışlanması, önermelerin birisinde varılan bir sonucun aynı eğrilik karakterine sahip başka bir yüzeyde geçerli olmadığını gösterilmesine bağlıdır. Varılan sonuç yeni önermeler eklendikçe ve mevcut önermeler yanlışlandıkça güncellenen bir tabloyu oluşturacaktır. Bu makalede söz konusu tablonun başlangıcı sunulmuştur (Tablo 2).

## Sonuçlar ve İleri Çalışmalar

Bu makalenin sonuçları üç bölümde incelenecektir. Deneyler neticesinde elde edilen tablonun mevcut hali yorumlanacak, ardından her panellenme yaklaşımı ile ilgili ulaşılan yorumlar sunulacak, ve bu tür araştırmaların ilerleme olanaklarıyla ilgili genel değerlendirmeler yapılacaktır. Farklı eğriliklere sahip yüzeyler üzerinde çeşitli panelleme denemeleri yapıldığında ve belirlenen kıstaslara göre değerlendirildiğinde aşağıdaki sonuçlara varılmıştır;

- Düzenli sıfır eğriliğe sahip yüzeylerde panelleme yak-

**Tablo 2.** Yüzey panellenme yaklaşımlarının farklı eğriliklere uygulanması

GEOMETRİ	KÜRESEL			HİPERBOLİK			AÇILABİLİR			SERBEST BİÇİMLİ								
	EĞRİLİK			DÜZENLİ NEGATİF			DÜZENLİ SIFIR			NEGATİF-SIFIR ARASINDA DEĞİŞKEN			POZİTİF-SIFIR ARASINDA DEĞİŞKEN			NEGATİF VE POZİTİF ARASINDA DEĞİŞKEN		
	ÖRNEK			HİPERBOLOİD			KONİ, SİLİNDİR			Hİ.PAR., KONOİD			ELİPSOİD			TORUS		
	DÜZ.	EŞK.	EŞ	DÜZ.	EŞK.	EŞ	DÜZ.	EŞK.	EŞ	DÜZ.	EŞK.	EŞ	DÜZ.	EŞK.	EŞ	DÜZ.	EŞK.	EŞ
<b>KONTURLAMA</b>	+	-	±	+	-	±	+	±	±	-	±	-	±	-	±	+	-	±
<b>ÖKLİDYEN KÜRELER</b>	+	±	±	+	±	±	+	+	+	-	±	±	-	±	±	-	±	±
<b>DÖRTGEN UZATMA</b>	+	±	±	+	±	±	+	-	±	+	±	-	+	±	-	+	±	-
<b>KÜP YÜRÜTME</b>	±	±	±	±	±	±	+	+	+	±	±	±	±	±	±	±	±	±
<b>TEĞET DÜZLEMLER</b>	+	-	±	+	-	±	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-

DÜZ Üçgen olmayan panellerin düzlem olabilmesi  
EŞK Panellerin kendi içlerinde eşkenar olabilmeleri  
EŞ Panellerin birbirinin aynısı olabilmesi

+ Panelleme uygun şekilde uygulandığında önerme doğrudur  
± Önerme bu eğriliğe sahip bazı yüzeyler için kısmen doğrudur  
- Önerme her durumda yanlıştır

laşımlarının çoğu geçerlidir. Bu sonuç şaşırtıcı değildir çünkü düzenli sıfır eğriliğe sahip yüzeyler düzlem olarak açılabilirler ve geometrik özellikleri gereği düzlem malzemelerden üretilmeleri daha kolaydır.

- Değişken eğriliğe sahip yüzeyleri birbirinin aynısı panellerle kaplamak çoğu durumda mümkün değildir. Örneğin Öklidyen küreler yaklaşımı geometrik özellikleri gereği panellerin bir bölümünün eşkenar ve eş olmasını sağlayabilirken, yöntemin uygulanma sırasına bağlı olarak belirli bir adımdan sonra panellemenin değişken eğriliklere uyumu mümkün olmamaktadır.
- Küp yürütme yaklaşımının farklı yüzeylerde yol açacağı sonuçlarla ilgili daha çok araştırma yapılmalıdır. Bu yaklaşımın potansiyelleri, kaynak yüzeyini bir bütün olarak almayı ve bölerek ilerlemeyi önerdiği için, kaynak yüzeyin biçimi ile bağlantılı olarak eğrilik arttıkça daha fazla panel çeşidine yol açmaktadır. Mimarî panellemeden ziyade bilgisayar grafiğinde bilinen bu yöntemin kendi literatürü ve araştırma alanı bulunmaktadır. Mimarî panelleme araştırmalarının bu komşu alandan daha fazla faydalanması gerekmektedir.
- Düzlem paneller elde edilmesi istenilen durumlarda teğet düzlemler ve dörtgen uzatma yöntemleri kullanılabilir. Düzlem panel elde etmek bu araştırma alanının temel beklentilerinden birisidir. Bu iki panellenme yaklaşımı geometrik özellikleri gereği her zaman düzlem panel sonucunu vermekte, fakat diğer yandan başka başarımları karşılamamaktadırlar.
- Özellikle serbest biçimli (değişken eğrilikli) yüzeylerde incelenen yaklaşımların bir kaç berabere denenecek yeni önermeler ve tablolar türetilir. Örneğin teğet düzlemler yaklaşımı ile düzlem paneller elde edilirken, noktaların seçiminde kısmen Öklidyen küreler kullanılarak panellerin bir bölümünün birbirinin aynısı olması sağlanabilir.
- Önermelerin kısmen doğru olduğu durumlar üzerinde özel olarak durularak daha detaylı incelemeler yapılmasının gerekliliği görülmüştür.
- Yeni önermeler ve yeni başarımların eklenmesiyle tablo genişletilebilir. Örneğin, elde edilen panellerin kaynak yüzeye yakınlığı bir başka başarımlar olarak değerlendirilebilir.
- Panellenme yaklaşımlarının daha hızlı ve kolay uygulanıp denenebileceği bir araç setinin oluşturulması ihtiyacı görülmüştür.

İncelenen panelleme yaklaşımları ile ilgili olarak;

- Konturlama yaklaşımı kaynak yüzeye yakınlaşmaya odaklanırken, panellerin düzlem olmasını elden kaçırmaktadır. Fakat yaklaşımın uygulama biçimine ve kaynak yüzeyin eğriliğine bağlı olarak düzlem dörtgenler elde etmek mümkündür.

- Öklid küreleri: Bu yaklaşımda panellerin kenar uzunlukları kontrol altına alınmaya çalışılır. Panellerin düzlem olma başarımları yine ikinci plandadır.
- Dörtgen uzatma: Bu yaklaşım dörtgen panellerin düzlem olmasına odaklanmaktadır. Yüzeye yakınlaşma ve eşkenar ve eşit paneller oluşturma başarımları ise ikinci plandadır.
- Teğet düzlem kesiştirme: Bu yaklaşım da panellerin düzlem olmasına odaklanmakta, kenar adetleri ve uzunlukları kontrol edilememektedir.
- Küp yürütme: Panellerin düzlem ve eşit olabilmesi konusuna odaklanmakta, yüzeye yakınlaşma başarımları kontrol edilememektedir.

Bu araştırmada mimarî ölçekte bina cephelerinde kullanılacak panelleme stratejilerinden bazıları incelenmiştir. Böylelikle planlanan yüzeyin gözlenebilen geometrik özelliklerinden yola çıkılarak panelleme kararına sistematik bir biçimde destek sağlanması hedeflenmiştir. Sunulan karşılaştırma bu nitelikte bir öngörüye geliştirebilecek bir araştırmanın başlangıcını teşkil etmektedir. Mimarî yüzeylerin çeşitliliği ve panellenme için kullanılan araç ve yöntemlerin çokluğu göz önüne alındığında bu çalışma sonucunda ortaya çıkacak karşılaştırma tablosunun bir nihai sonuç olmaktan çok, daha fazla soru sormayı destekleyen bir başlangıç teşkil ettiği görülmektedir.

Pottmann v.d.'nin de belirttiği gibi, serbest biçimli yüzeylerin uygulanabilirliği ile ilgili bütün sorunların çözümü sadece geometri bilgisi ile ilgili değildir. Fakat iyi bir geometri anlayışı böyle uygulamalar için önemli bir adım olarak değerlendirilmelidir.<sup>84</sup>

Karşılaştırmanın sonuçları incelendiğinde hiçbir yüzey panelleme yaklaşımının bütün yüzeylerde her zaman en uygun sonucu veremeyeceği görülmektedir. Her yaklaşım farklı tasarım kriterlerine farklı şekillerde cevap vermektedir. Bu durum seçilen panelleme yaklaşımlarının ötesinde literatür özetinde incelenen gelişmiş panelleme algoritmalarıyla da paralellik göstermektedir. Yüzey panellenmenin bir tasarım – araştırma alanı olarak içerdiği bu çeşitlilik başka yüzey çeşitlerini, panelleme yaklaşımlarını ve algoritmaları da kapsayacak şekilde genişletilebilir. Düzlem, eşkenar veya eşit olma durumları dışında malzeme ve zaman eniyilemesi gibi başka başarımların katılımıyla zenginleştirilebilir. Belirli bir panelleme yaklaşımının uygulanması neticesinde elde edilecek sonuç, sadece yüzey eğriliği ile ilgili değil, yüzeyin nasıl oluşturulduğu ve panelleme yaklaşımının nasıl uygulandığı ile de ilgilidir. Bu nedenle daha ileri denemeler yapılarak panellenmenin geometri ile ilişkisi araştırılmaya devam edilmelidir.

Karmaşık geometrik işlemlerin birer desen kataloğuna dönüşmemeleri için kullanım amaçlarının, anlamlarının ve

<sup>84</sup> Pottmann, v.d., 2007, sf. 671.



tasarıma katkılarının sorgulanabilir olması gerekir. Mimarî panelleme gibi disiplinler arası konular sadece mühendislik çözümü gibi talep edilen hizmetler olmanın ötesinde mimarların bilgi ve fikir sahibi olması gereken konular olmalıdır. Belirli fiziksel başarımlara indirgenerek yapılan incelemeler ve karar verme süreçleri ancak mimarlar tarafından anlamlı hâle getirilebilirler. Bu da geçerli ve güncel bir mimarî geometri bilgisi ile mümkündür. Mimarlık eğitiminin matematik ve geometri ile olan hassas ilişkisinin devamlılığı, tasarı kodlama eğitiminin yanında çağdaş mimarî geometri ve matematik eğitiminin tasarım stüdyoları ile eş güdümlü bir biçimde geliştirilmesine bağlıdır.

### Kaynaklar

- Abbot, E., (1884) *Flatland, A Romance of Many Dimensions*, Seely & Co., İngiltere.
- Berk, A., (2012) "A Structural Basis for Surface Discretization of Free Form Structures: Integration of Geometry, Materials and Fabrication", Doktora Tezi, Michigan University, ABD.
- Conway, J., Doyle, P., Gilman, J., ve Thurston, B., (2010) *Geometry and the Imagination*, University of Minnesota Geometry Centers notları.
- Cutler, B. ve Whiting, E. (2007) "Constrained Planar Remeshing for Architecture", *Graphics Interface 2007*, 28-30 Mayıs 2007, sf. 11-19, Montreal, Kanada.
- Düzgün, A. (1988) *Mimar ve Mühendisler için Temel Tasarı Geometri*, Birsen Yayınları.
- Eigensatz, M., Deuss, M., Schiftner, A., Killian, M., Mitra, N., Pottmann, H. ve Pauly, M. (2010) "Case Studies in Cost-Optimized Panelling of Architectural Freeform Surfaces", Ceccato, C., Hesselgren, L., Pauly, M., Pottmann, H., Wallner, J., (ed.), *Advances in Architectural Geometry 2010*, sf. 49-72, Springer, Viyana, Avusturya.
- Frank, M.A. (2009) "Fast Hierarchical Discretization of Parametric Surfaces", University of Connecticut'ta tamamlanan yüksek lisans tezi, ABD.
- Glymph, J., Shelden, D., Ceccato, C., Mussel, J. ve Schober, H. (2004) "A Parametric Strategy for Free-form Glass Structures Using Quadrilateral Planar Facets", *Automation in Construction*, Sayı 13, sf. 187-202.
- Hambleton, D., Howes C., Hendricks, J., Kooymans, J., (2009), "Study of Panelization Techniques to Inform Freeform Architecture", *Glass Performance Days 2009 bildiri kitabı*, sf. 245-249, 12-15 Temmuz 2009, Tampere, Finlandiya.
- Henriksson, V., Hult, M. (2015) "Rationalizing Freeform Architecture: Surface Discretization and Multi-Objective Optimization", Yüksek Lisans Tezi, Chalmers University of Technology, Göteborg, İsveç.
- Liu, Y., Xu, W., Wang, J., Lifeng, Z., Guo, B., Chen, F., Wang, G., (2011) "General Planar Quadrilateral Mesh Design Using Conjugate Direction Field", 4. ACM SIGGRAPH Conference and Exhibition on Computer Graphics and Interactive Techniques in Asia, sf. 1-9, Hong Kong, Çin.
- Lorensen, W. E.; Cline, Harvey E. (1987). "Marching cubes: A high resolution 3d surface construction algorithm", *ACM Computer Graphics*, 21 (4), sf. 163-169.
- Kaijima, S. ve Michalatos, P. (2007) "Discretization of Continuous Surfaces as a Design Concern", *Education and Research in Computer Aided Architectural Design in Europe*, 25. ECAADE sempozyum kitabı, Kieferle, J. (ed.), Predicting the Future, 26-29 Eylül 2007, sf. 901-908, Frankfurt, Almanya.
- Pottmann, H., Asperl, A., Hofer, M. ve Killian, A., (2007) *Architectural Geometry*, Bentley, D. (ed.), First Edition, Bentley Institute Press, ABD.
- Pottmann, H., Liu, Y., Wallner, J., Bobenko, A., ve Wang, W., (2007b) "Geometry of Multi-layer Freeform Structures for Architecture", Special Interest Group in Computer Graphics and Interactive Techniques Conference, SIGGRAPH'07 bildiri kitabı, bildiri nu. 65, 5-9 Ağustos 2007, San Diego, ABD.
- Pottmann, H., Schiftner, A., ve Wallner, J., (2008) "Geometry of Architectural Freeform Structures", *Internationale Mathematische Nachrichten*, sayı 209, sf. 15-28, Österreichische Mathematische Gesellschaft, Avusturya.
- Schiftner, A., Leduc, N., Bompas, P., Baldassini, N., ve Eigensatz, M., (2012) "Architectural Geometry from Reserach to Practice: The Eiffel Tower Pavilions", *Advances in Architectural Geometry 2012 sempozyum bildiri kitabı*, sf. 213-228, Springer, Viyana, Avusturya.
- Schwinn, T., Menges, A., (2015) "Fabrication Agency: Landesgartenschau Exhibition Hall", *Architectural Design*, cilt 85, Sayı 5, sf. 92-99, John Wiley & Sons, Ltd.
- Stillwell, J., (2010) *Mathematics and Its History*, Undergraduate Texts in Mathematics, Axler, S. ve Ribet, K.A. (ed.), Third Edition, Springer, ABD.
- Terzidis, K., (2006) *Algorithmic Architecture*, ABD: Elsevier Ltd.

### İnternet Kaynakları

- Evolute, The Geometry Experts, [www.evolute.at](http://www.evolute.at), Erişim tarihi: 07.08.2016.
- Gehry Technologies, [www.gehrytech.com](http://www.gehrytech.com), Erişim tarihi: 07.08.2016.
- Gehry Technologies, (2015) "Museo Soumaya Facade Design to Fabrication", [https://issuu.com/gehrytech/docs/sou\\_06\\_issue\\_version](https://issuu.com/gehrytech/docs/sou_06_issue_version), Erişim tarihi: 01.08.2016.
- Landesgartenschau Exhibition Hall / Institute for Computational Design (ICD), <http://icd.uni-stuttgart.de/?p=11173>, Erişim tarihi: 07.08.2016.
- Mesh Consultants Inc. Research Development Design, <http://meshconsultants.ca/>, Erişim tarihi: 07.08.2016.
- <https://pixabay.com/en/the-gherkin-30-st-mary-axe-london-721886>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.
- <https://pixabay.com/en/brasilia-brazil-cathedral-church-83557>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.
- <https://pixabay.com/en/walt-disney-concert-hall-architecture-63133>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.
- <https://pixabay.com/en/architecture-modern-zaha-hadid-1618100>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.
- <https://pixabay.com/en/new-castle-sage-gateshead-mirror-2922324>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.
- <https://pixabay.com/en/cdmx-mexico-city-museum-soumaya-1876845>, Erişim tarihi: 13.11.2017, Creative Commons CC0 lisansı ile kullanılmıştır.