



Atama kısıtlı tip-1 montaj hattı dengeleme problemi: Bir kısıt programlama modeli yaklaşımı

Assembly line balancing type-1 problem with assignment restrictions: A constraint programming modeling approach

Mehmet PINARBAŞI^{1*}, Hacı Mehmet ALAKAŞ²

¹Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, OSTİM Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
mehmet.pinarbasi@ostimteknik.edu.tr

²Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, Türkiye.
hmalagas@kku.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 02.09.2020
Kabul Tarihi/Accepted: 16.11.2020

Düzeltilme Tarihi/Revision: 04.11.2020

doi: 10.5505/pajes.2020.75282
Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Montaj hattı dengeleme problemi (MHDP) çevrim zamanı/istasyon sayısı ve görevler arasındaki öncelik ilişkileri gibi bazı kısıtlar içerir. Ancak, teknolojik ve organizasyonel kısıtlamalardan dolayı, uyumlu görevler, uyumsuz görevler, istasyon ve kaynak kısıtları gibi bazı diğer kısıtlar ile gerçek hayat üretim sistemlerinde karşılaşılabilmektedir. Bu çalışmada, bu kısıtların MHDP üzerindeki etkileri araştırılacaktır. Bu amaçla, bir kısıt programlama (KP) modeli önerilmiştir. Modelin amacı verilen bir çevrim zamanı değeri için istasyon sayısının en küçüklenmesidir (Tip-1 problemi). Önerilen KP modelinin karışık tamsayılı programlama (KTP) ve ABSALOM yaklaşımına göre kesinleştirilmiş optimal çözüm sayısı, optimal çözüm sayısı, iyi çözüm sayısı, optimal çözüm ile ulaşılan çözüm arasındaki görece fark ve ortalama toplam çözüm zamanı gibi performans ölçütleri açısından çözüm kalitesi araştırılmıştır. Ayrıca, önerilen yaklaşım literatürde yer alan problem örnekleri ile test edilmiştir ve modeller arasındaki karşılaştırmalı sonuçlar rapor edilmiştir. Sayısal deneyler, atama kısıtlarının problemin karmaşıklığını artırmasına rağmen, KP'nin MHDP'nin çözümünde etkin ve kaliteli bir çözüm yöntemi olduğunu göstermiştir.

Anahtar kelimeler: Montaj hattı dengeleme, Tip-1 problemi, Atama kısıtları, Kısıt programlama, Karışık tamsayılı programlama.

Abstract

The assembly line balancing problem (ALBP) contains some constraints which are cycle time/number of stations and precedence relations between tasks. However, due to the technological and organizational limitations, several other restrictions, such as linked tasks, incompatible tasks, station, and resource constraints, can be encountered in real production systems. In this study, we evaluate the effect of these restrictions on ALBP. For this purpose, a Constraint Programming (CP) model is proposed. The objective of the model is to minimize the number of stations for given cycle time (Type-1 problem). We investigate the solution quality of the proposed CP model according to the mixed-integer programming (MIP) and ABSALOM in terms of the several performance measurements such as the number of proofing optimal solution, number of the optimal solution, number of the best solution, relative gap between the solution with the optimal solution and average total solution time. Furthermore, the proposed approach is tested on the literature test instances, and the comparison results between models are reported. Although assignment restrictions increase the complexity of the problem, numerical experiments demonstrate that CP is an effective and high-quality solution method in solving ALBP.

Keywords: Assembly line balancing, Type-1 problem, Assignment restrictions, Constraint programming, Mixed-integer programming.

1 Giriş

Montaj hatları otomobil, beyaz eşya gibi birçok sektörde kullanılan çok yaygın bir üretim sistemidir. Bu tür hatlarda en çok rastlanılan problem montaj hattı dengeleme problemidir (MHDP). MHDP bir veya birden fazla amacı en iyileyecek şekilde belirli kısıtlar altında yapılması gereken görevlerin hattaki istasyonlara atanması problemi olarak adlandırılır. Bu problem ilk defa Salveson [1] tarafından formüle edildikten sonra, Bowman [2] tarafından ilk 0-1 tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir.

MHDP için birçok farklı sınıflandırma yapmak mümkündür [3]. En temel sınıflandırma amaç fonksiyonu açısından yapılırsa da görev zamanı, yerleşim tipi, ürün model sayısı gibi farklı açılardan da sınıflandırma yapılabilmektedir. Amaç fonksiyonu açısından dört farklı MHDP mevcuttur. Tip 1 problemi verilen

bir çevrim zamanı değerine göre istasyon sayısını en küçüklemeyi amaçlar. Bunun aksine verilen bir istasyon sayısına göre çevrim zamanının en küçüklenmesi de Tip-2 problemi olarak adlandırılır. Tip-E problemi ise hem çevrim zamanı hem de istasyon sayısının en küçüklenmesini aynı anda gerçekleştiren problemlerdir. Verilen bir çevrim zamanı ve istasyon sayısı ile sadece uygun bir görev atamasının bulunmasını sağlayan problem tipi ise Tip-F problemi olarak adlandırılır.

MHDP'nin en temel kısıtları öncelik ilişkileri, problem tipine göre çevrim zamanı ve istasyon kısıtlarıdır. Ancak bu kısıtların yanı sıra, üretim sektörünün koşullarına göre teknolojik, operasyonel ve yerleşimden kaynaklanan bir takım kısıtlar ile de karşılaşılmaktadır. Bu kısıtlar görevleri çeşitli koşullar altında belirli istasyonlara atanmaya zorlarlar. Atama kısıtları olarak adlandırılan bu kısıtlar dörde ayrılmaktadır.

*Yazışılan yazar/Corresponding author

- Görev (bölgeleme) kısıtları: İki farklı bölgeleme kısıtı vardır; uyumlu ve uyumsuz görevler. Uyumlu görevler yüksek maliyetli kaynak gereksinimi nedeniyle aynı istasyona atanması gereken kısıtları ifade eder. Buna karşın, uyumsuz görevler farklı donanım ihtiyacı nedeniyle farklı istasyonlara atanması gereken görev kısıtlarını ifade eder [4],[5],
- Kaynak kısıtları: Bazı makinelerin büyük boyutları veya göreve özel işlemler gerçekleştirmesi nedeniyle hatta özel bir çalışma alanı ihtiyacı doğduğunda, kaynak kısıtları ortaya çıkar [6],[7],
- İstasyon kısıtları: Bazı görevlerin önceden belirlenmiş istasyonlara atanması kısıtlarıdır. İki ayrı istasyon kısıtı vardır. Birincisi bir görev belirli bir istasyon atanmak zorundadır, ikincisi, bir görev belirli bir istasyona atanmamalıdır [5],[8],[9],
- Uzaklık kısıtları: Bazı üretim süreci ihtiyaçları nedeniyle, görevler arasında minimum veya maksimum uzaklık kısıtları gerekebilir. Minimum uzaklık kısıtına örnek vermek gerekirse, boyama görevinden sonraki bir işin iş parçası üzerindeki boya kuruduktan sonra yapılması gösterilebilir. Bu yüzden boyanın kuruması için arada belirli bir mesafe geçmesi gereklidir. Maksimum uzaklık kısıtına ise kaynak yapma görevinin soğutma görevinden belirli bir mesafe uzak olması örnek verilebilir [4],[10].

Atama kısıtlarının çeşitlerine göre literatür incelendiğinde, MHDP daha çok temel kısıtlar ile dikkate alınmıştır. Atama kısıtlarını da dikkate alan çalışma sayısı oldukça azdır [32]. Dolayısıyla, bu çalışmada atama kısıtlı MHDP (AKMHDP) problemi ele alınmış ve bir tam çözüm yaklaşımı önerilmiştir.

Bukchin ve Raviv [42] MHDP'nin literatürdeki çözüm yöntemlerini kesin ve sezgisel çözüm yöntemleri olarak sınıflandırmışlardır. Kesin yöntemlere matematiksel modelleme, dinamik programlama ve kısıt programlamayı örnek verirken, sezgisel yöntemleri ise genetik algoritma, tavlama benzetimi, tabu arama, karınca kolonisi ve probleme özgü sezgisel yöntemler olarak örneklendirmiştir. MHDP'nin NP-zor yapısından dolayı problemin çözümü için kesin çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi oldukça zorlayıcıdır. Ayrıca sezgisel yöntemler problemin çözümü için iyi bir sonuç verse de optimal sonuçların elde edilebilmesi için kesin çözüm yöntemlerine ihtiyaç vardır. Bu sebeple, farklı tiplerde montaj hattı dengeleme problemlerinin efektif çözümü için kısıtlar ve amaç fonksiyonunda yapılacak küçük değişiklikler ile optimal çözüme performanslı bir şekilde ulaşacak kesin çözüm yöntemlerine ihtiyaç vardır [42]. Bunun yanı sıra literatürde özellikle büyük boyutlu problemlerin çözümü için kesin yöntemlerin kullanılması konusunda hala bir boşluk vardır. Bu yüzden, çalışmada MHDP'nin çözümü için kesin bir çözüm yöntemi olan kısıt programlama üzerinde durulmuştur.

Çalışma şu şekilde organize edilmiştir. Giriş bölümünden sonra ikinci bölümde literatür araştırması yapılmıştır. Bölüm 3'te AKMHDP için matematiksel model ve model varsayımlarından bahsedilmiştir. Kısıt programlama için genel bilgiler ile önerilen KP modeli Bölüm 4'te verilmiştir. Bölüm 5 sayısal sonuçlar ve tartışma bölümlerinden oluşmaktadır. Çalışma Bölüm 6'da verilen sonuç bölümü ile sonlandırılmıştır.

2 Literatür araştırması

Literatürde atama kısıtlı MHDP'yi ele alan çalışmalarda çözüm yöntemleri dikkate alındığında, çoğunlukla matematiksel

programlama yöntemlerinin kullanıldığı bunun yanı sıra sezgisel yöntemlerin de kullanıldığı görülmektedir. Matematiksel model kullanarak problemi ele alan çalışmalar incelendiğinde 0-1 tam sayılı model için Ağpak ve Gökçen [11], Deckro [12], Corominas ve diğ. [13], Tuncel ve Topaloğlu [5] çalışmaları örnek verilirken, Gadidov ve Wilhelm [8] ise problemin çözümü için matematiksel model ve modelin etkinliğini artırmak amacıyla sezgisel, önışleme ve kesme algoritmaları önermişlerdir. Sawik [14] çok modellenli bir montaj hattını ele almıştır ve iki aşamalı çözdüğü model için görevlerin atanması ve modellerin çizelgelenmesinde karma tamsayılı bir model önermiştir. Wilhelm ve Gadidov [15] önerdikleri dallanma ve kesme yaklaşımı ile problemin matematiksel modeli için yeni bir çözüm yaklaşımı önermişlerdir. Sikora ve diğ. [16] problemi bir gezgin satıcı problemi olarak ele alıp çözüm üretmişlerdir. Boysen ve Flidner [6] problemi en kısa yol algoritmasını kullanarak çözmüşlerdir. Bu çalışmalara ek olarak, Lui ve Chen [7] matematiksel model ile çözdükleri problem sonuçlarını benzetim ile karşılaştırmışlar ve Miralles [17] matematiksel model ile çözülemeyen büyük boyutlu problemler için bir dal-sınır algoritması tabanlı sezgisel önermiştir.

Sezgisel algoritma kullanan çalışmalar incelendiğinde ise genetik algoritmanın çok tercih edildiği görülmektedir [4],[18]-[23]. Ayrıca diğer meta sezgisel yöntemlere örnek vermek gerekirse; karınca kolonisi [24]-[26], tabu arama [9],[27], tavlama benzetimi [28],[29] ve parçacık sürü optimizasyonu [29] kullanan çalışmalara literatürde rastlamak mümkündür. Lapiere ve Ruiz [30] görevler arasında öncelik ilişkisi kuran bir probleme özgü sezgisel önermişlerdir. Lee ve diğ. [31] grup atama prosedürü olarak isimlendirdikleri bir sezgisel problem çözümünde kullanmışlardır. Scholl ve diğ. [32] basit montaj hattı dengeleme problemlerinde (BMHDP) kullanılan SALOME sezgiselini geliştirerek atama kısıtlı montaj hattı dengeleme problemlerine uyarlamışlar ve ABSALOM adını verdikleri bir dal-sınır algoritması önermişlerdir.

Tablo 1'de dikkate alınan problem tipine göre sınıflandırılarak verilen çalışmalar incelendiğinde uyumlu veya uyumsuz görev çiftleri için atama kısıtlarını dikkate alan çalışmaların daha fazla olduğu görülmektedir. Kaynak kısıtı ve istasyon kısıtının da çalışmalarda dikkate alındığı görülmektedir. Bu çalışmalardan sadece Scholl ve diğ. [32] bütün bu kısıtları dikkate almışlardır.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde çözüm yöntemleri olarak matematiksel modellerin ve meta sezgisellerin öne çıktığı görülmektedir. Kısıt programlama yaklaşımının Tip-1 probleminin çözümü için hiç kullanılmadığı görülmektedir. Bu açıdan geliştirilen KP modeli yeni ve özgün olmasının yanı sıra yukarıda bahsedilen atama kısıtlarının tamamını dikkate alarak problemi modellemiş olması ve çözmesi açısından da çalışmaya özgünlük katmaktadır.

Kısıt programlama son zamanlarda MHDP çözümü için tercih edilen yöntemlerden biridir. Optimal çözüm veren ve diğer çözüm yöntemlerine göre arama stratejisi geliştirme olanağı sunan kısıt programlama yöntemi bu tür geliştirilebilir özellikleri ile öne çıkmaktadır. Literatürde MHDP çözümü için KP kullanan çalışmalar incelendiğinde, Bockmayr ve Pisaruk [33] ilk defa kısıt programlama yöntemini MHDP'nin çözümünde kullanmışlardır. Del Valle ve diğ. [34] toplam montaj süresini kısaltmayı amaçladıkları çalışmalarında görevlerin seçimi ve sıralanmasında KP kullanmışlardır.

Tablo 1. Literatür araştırması.

Table 1. Literature review.

Çalışma	Uyumlu Görevler	Uyumsuz Görevler	Kaynak Kısıtı	İstasyon Kısıtı	Uzaklık Kısıtı	Çözüm Yöntemi
Ağpak ve Gökçen [11]			X			M
Bautista ve Pereira [24]		X				KK
Bautista ve Pereira [25]			X			KK
Bautista ve diğ. [18]		X				GA
Boysen ve Flidner [6]	X	X	X			M
Carnahan ve diğ. [19]			X			GA
Corominas ve diğ. [13]			X			M
Deckro [12]					X	M
Dong ve diğ. [28]	X					PSO, TB
Gadidov ve Wilhelm [8]				X		M
Kim ve diğ. [20]				X		GA
Lapierre ve Ruiz [30]	X	X		X		S
Lapierre ve diğ. [9]				X		TA
Lee ve diğ. [31]				X		H
Liu ve Chen [7]			X			M,S
Miralles [17]	X		X			M,S
Pastor ve Corominas [10]	X	X			X	M
Pastor ve diğ. [27]			X	X		TA
Purnomo ve diğ. [4]	X	X		X	X	GA
Quyên ve diğ. [21]			X			GA
Rekiek ve diğ. [22]	X	X		X		GA
Rekiek ve diğ. [23]	X			X		GA
Sawik [14]			X			M
Scholl ve diğ. [32]	X	X	X	X	X	S
Sikora ve diğ. [16]	X					M
Tuncel ve Topaloğlu [5]	X	X		X		M
Vilarinho ve Simaria [29]	X	X				TB
Vilarinho ve Simaria [26]	X	X		X		KK
Wilhelm ve Gadidov [15]			X			M
Pınarbaşı ve diğ. [43]	X	X		X	X	KP

GA: Genetik algoritma, KK: Karınca kolonisi, M: Matematiksel model, TA: Tabu arama, TB: Tavlama benzetimi, PSO: Parçacık sürü optimizasyonu, S: Sezgisel, KP: Kısıt programlama.

Pastor ve diğ. [35] tip 1 ve tip 2 MHDP için yeni KP modelleri önermişlerdir. Topaloğlu ve diğ. [36] ve/veya kısıtlarını kullanan alternatif öncelik diyagramına sahip MHDP için bir kısıt programlama modeli geliştirmişler ve modeli çözmüşlerdir. Alağaç ve diğ. [37] ve Pınarbaşı ve diğ. [38] stokastik montaj hattı için kuyruk ağları ve kısıt programlama bütünlük olarak bir çözüm algoritması önermişlerdir. Öztürk ve diğ. [39],[40] ve Alağaç ve diğ. [41] karışık modeli MHDP'yi ele almışlardır ve kısıt programlamayı kullanarak problemi çözmüşlerdir. MHDP için geliştirilen en güncel KP modelini içeren çalışma Bukchin ve Raviv [42] tarafından yapılmıştır. Çalışmalarında değişik montaj hattı tipleri (Tip-1, Tip-2, U-tip ve görev atama ve ekipman seçim problemi) için kısıt programlama modelleri önermişlerdir. KP'nin MHDP çözümünde etkin bir çözüm yöntemi olduğunu göstermişlerdir. Literatürde atama kısıtlı MHDP'nin çözümü için KP modeli öneren tek çalışma Pınarbaşı ve diğ. [43] çalışmasıdır. Çalışmada MHDP, uyumlu, uyumsuz, istasyon, minimum ve

maksimum uzaklık kısıtları ile birlikte ele alınmıştır ve çevrim zamanı minimizasyonu amaçlanmıştır.

Literatürde kısıt programlamanın basit MHDP'nin çözümünde kullanıldığına rastlanılsa da atama kısıtlı Tip-1 MHDP'nin çözümü için kullanımına rastlanılmamıştır. Bu sebeple çalışmada AKMHDP'nin çözümü için yeni bir KP modeli önerilmiş ve problem bu model vasıtasıyla çözülmüştür.

3 Matematiksel model

Çalışmada Scholl ve diğ. [32] tarafından önerilen aşağıdaki matematiksel model dikkate alınmıştır. Model atama kısıtları haricinde geleneksel tip-1 montaj hattı dengeleme problemidir. Dikkate alınan atama kısıtları ise uyumlu, uyumsuz ve kaynak kullanım kısıtlarıdır. Modellenen montaj hattında tek ürün üretimi olduğu varsayılmıştır. Hat düz bir yerleşim düzenine sahiptir. Hattaki görevler ve öncelik ilişkileri önceden tanımlanmıştır. Görev süreleri bilinen deterministik sürelerdir. Dikkate alınan hat için çevrim zamanı deterministik olarak belirlenmiştir. Geliştirilen modelde kullanılan notasyonlar

aşağıda listelenmiştir. Bu varsayımlar altında dikkate alınan matematiksel model aşağıdaki gibidir:

Notasyon:

- i, j : Görev,
 k : İstasyon,
 r : Kaynak,
 T : Görev kümesi 1, ..., $\|T\|$,
 $\|T\|$: T kümesinin eleman sayısı,
 W : İstasyon kümesi 1, ..., $\|W\|$,
 $\|W\|$: W kümesinin eleman sayısı,
 \bar{m} : İstasyon sayısı üst sınır değeri,
 Pr : Öncelik ilişkileri kümesi,
 c : Çevrim zamanı
 t_i : i görevinin gerçekleştirme süresi,
 IT : uyumsuz görevler kümesi,
 LT : uyumlu görevler kümesi,
 R : Kaynaklar kümesi,
 S : İstasyon kısıtlı görevler kümesi,
 A_r : r kaynağının kullanım kapasitesi,
 u_{ir} : i görevi tarafından kullanılan r kaynak miktarı.

Karar Değişkeni: Karar değişkeni şu şekilde ifade edilmiştir. (eğer görev i , k istasyonuna atanmış ise, $x_{ik} = 1$; diğer durumlarda $x_{ik} = 0$)

$$x_{ik} \in \{0,1\}, \forall (i, k) \in (T \times W) \quad (1)$$

$$z_k \in \{0,1\}, \forall k \in W \quad (2)$$

Eş. 2, k 'inci istasyonun açılıp açılmadığını gösteren ikili karar değişkenini ifade eder.

Amaç Fonksiyonu: Amaç verilen bir çevrim zamanı değerine karşılık istasyon sayısının en küçüklenmesidir.

$$\text{En Küçük} \sum_{k \in W} z_k \quad (3)$$

Görev Atama ve İstasyon Kısıtları: Her bir görev sadece bir istasyona atanmalıdır (Eş. 4). Eğer bir görev için istasyon kısıtı mevcut ise ilgili görev sadece tanımlı olan istasyona atanmak zorundadır (Eş. 5).

$$\sum_{k=1}^{\|W\|} x_{ik} = 1 \quad \forall i \in T \quad (4)$$

$$x_{ik} = 1 \quad (i, k) \in S \quad (5)$$

Öncelik İlişkileri: Bir görev sadece ve sadece kendinden önceki görevler atandıktan sonra bir istasyona atanabilir.

$$\sum_{k=1}^{\|W\|} k \cdot x_{ik} \leq \sum_{k=1}^{\|W\|} k \cdot x_{jk} \quad \forall (i, j) \in Pr \quad (6)$$

Çevrim Zamanı Kısıtı: Hiç bir istasyon zamanı önceden belirlenmiş çevrim zamanını c geçemez:

$$\sum_{i=1}^{\|T\|} t_i \cdot x_{ik} \leq c \cdot z_k \quad \forall k \in W \quad (7)$$

Uyumsuz Görev Kısıtları: Görev i ve j , $(i, j) \in IT$, aynı istasyon k 'ya atanamaz, IT aralarında uyumsuzluk ilişkisi olan tüm görev çiftlerini ifade eden küme olmak üzere;

$$x_{ik} + x_{jk} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in IT, k \in W \quad (8)$$

Uyumlu Görev Kısıtları: Görev i ve j , $(i, j) \in LT$ eğer uyumlu görev çiftleri arasından muhtemel atanabilecekleri istasyon numaraları arasında en az bir tane ortak istasyon var ise, aynı istasyona atanmalıdır [32]. LT aralarında uyumlu ilişki bulunan tüm görev çiftlerini gösteren küme olmak üzere;

$$\sum_{k=1}^{\|W\|} k \cdot x_{ik} = \sum_{k=1}^{\|W\|} k \cdot x_{jk} \quad \forall (i, j) \in LT \quad (9)$$

Kaynak Kısıtları: k istasyonuna atanan görevlerin toplam kaynak kullanımı o istasyon için uygun olan toplam kaynak kullanım kapasitesini A_r geçemez.

$$\sum_{i=1}^{\|T\|} u_{ir} \cdot x_{ik} \leq A_r \quad k = 1, \dots, \bar{m} \text{ ve } r \in R \quad (10)$$

İstasyon sayısının üst sınır değeri \bar{m} , Scholl ve diğ. [32] çalışmasında verilen optimal değerler (opt) göz önünde bulundurularak, Gamberini ve diğ. [44] çalışmasında verilen sınır değere uyarlanmış ve aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$\bar{m} = opt \cdot b \quad (11)$$

Burada, b katsayısı 1.1 olarak kabul edilmiştir [33]. Bu denklem ile beklenen istasyon sayısı üst sınırı için optimal değerden %10 kadar uzak aralık araştırılmıştır. Dolayısıyla, geliştirilen modellerin daha etkin ve hızlı bir şekilde çözüme ulaşması sağlanmıştır [42].

4 Kısıt programlama modeli

Bu bölümde, AKMHDP için kısıt programlama modeli geliştirilmiştir. Kısıt programlama hakkında genel bilgiler de bu bölümde verilmiştir.

4.1 Kısıt programlamaya genel bir bakış

KP, doğrusal programlamanın optimal çözüme ulaşmasındaki etkinliğini ve bilgisayar programlamanın mantıksal ifadeleri kolaylıkla ifade edebilme avantajını bir araya getiren alternatif bir programlama tekniğidir. KP'de doğrusal programlamada ifade edilmesi zor olan kısıtlar (örneğin doğrusal olmayan kısıtlar) çeşitli ticari yazılımlar yardımı ile kolaylıkla tanımlanabilmektedir [45].

KP doğrusal programlamada olduğu gibi, karar değişkenlerine, kısıtlara ve amaç fonksiyonlarına sahiptir. Ancak KP de karar değişkenlerinin çözüm kümesi aralıkları ($domains$) da ilgili karar değişkeninin alabileceği değerler aralığı olarak tanımlanırlar. KP'nin diğer bir temel kavramı ise kısıtlardır. Kısıtlar değişkenler ve bu değişkenlerin çözüm kümesi arasındaki ilişki ile ilgilidir. Bu kısıtlar doğrusal olmayan ifadeler, mantıksal ifadeler ve global kısıtlar şeklinde KP' de tanımlanabilmektedir. Ayrıca KP bu kısıt tiplerini değişkenlerin çözüm kümelerinde etkili bir şekilde azaltma yaparak modelin çözümünde avantaj olarak kullanılmaktadır. Özellikle global

kısıtlar (örneğin *pack*) çeşitli etkin kısıt türetme ve çözüm kümesi azaltma algoritmaları kullanan KP'ye özel kısıtlardır.

Bir KP çözücüsü, çözüme boş bir atama ile başlar ve sonra amaç fonksiyonuna ulaşmak için karar değişkenlerinin çözüm kümesinde azaltma ve kısıt türetme algoritmalarını kullanarak her bir değişkene atama yapmak üzere ilerler. Kısıt türetme karar değişkenlerinin çözüm kümesinden uygun olmayan değerleri filtrelemek için kullanılır. Bir değişkenin çözüm kümesinde herhangi bir değişiklik olur olmaz, bu değişken ile ilgili tüm kısıtlar türetilir. Herhangi bir kısıt sağlamayan atanmamış karar değişkeni değerlerinin çözüm kümesinden elenmesi çözüm kümesi azaltma ile sağlanır. Böylece, her bir iterasyonda tutarlı bir çözüm elde edilmiş olur. Eğer bu tür çözüm arama adımlarında herhangi bir çözüm kümesinde değer azalması yapılamaz ise, modele o ana kadar ki bilgilerden elde edilen yeni bir kısıt eklenerek geri dönüş mekanizması ile arama ağacında başka bir dala atlanır. Çözüm arayışı tüm karar değişkenlerine tek bir değer atanana kadar iteratif olarak devam eder [42].

4.2 Önerilen kısıt programlama modeli

KP modeli Pastor ve diğ. [35] ve Bukchin ve Raviv [42] tarafından önerilen modellerin geliştirilmesi ile elde edilmiştir. Matematiksel modelde dikkate alınan tüm varsayımlar KP modeli geliştirilirken de göz önünde bulundurulmuştur. Matematiksel modelde kullanılan benzer notasyonlara ek olarak KP modelinde kullanılan diğer notasyonlar aşağıda listelenmiştir. Önerilen KP modeli aşağıdaki gibidir:

Notasyon:

m : İstasyon sayısı karar değişkeni

Amaç Fonksiyonu: istasyon sayısının en küçüklenmesi.

$$\text{En Küçük } m \quad (12)$$

Karar Değişkeni:

$y_i \in W$; $i \in T$, karar değişkeni i görevinin atandığı istasyon numarasını gösterir.

t_k^s , k istasyonuna atanan tüm görevlerin görev süresi toplamı başka bir deyişle istasyon süresidir.

Karar Değişkenlerinin Çözüm Kümesi D:

Her bir karar değişkeni $D(y_i) = \{1, \dots, \bar{m}\}$ aralığında değer alır.

En Büyük İstasyon Numarası Kısıtı: Kısıt programlamada karar değişkeninin görevin atandığı istasyon numarasını gösterdiği göz önünde bulundurulduğunda, bir görevin atandığı en büyük istasyon numarası da hattın istasyon sayısını verecektir. Bu sebeple, aşağıdaki kısıt en büyük istasyon sayısının belirlenmesi için tanımlanmıştır.

$$\max(y_i, i \in T) = m \quad (13)$$

Öncelik İlişkileri: Tüm görev çiftleri arasındaki öncelik ilişkisi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_i \leq y_h \quad \forall (i, h) \in \text{Pr} \quad (14)$$

Çevrim Zamanı Kısıtı:

$$\sum_{i \in T | (y_i = k)} t_i \leq c \quad \forall k \in W \quad (15)$$

Bir istasyon zamanı o istasyona atanmış görevlerin sürelerinin toplamıdır. Bu toplam zaman çevrim zamanını geçemez. Eş. 15 tüm istasyonlar için bu kısıtın sağlanmasını garanti eder. KP'de global değişkenlerin üstünlüklerinden faydalanmak için bu kısıt ILOG çözücünde *pack* global kısıtı ile aşağıdaki gibi formüle edilmiştir.

$$\text{pack}(t_k^s, y_i, t_i) \quad (16)$$

Burada t_k^s istasyon süresini ifade eder. *pack* her bir y_i değişkeninin t_i ile tanımlı olan karakteristiğini yani işlem zamanlarını t_k^s değişkeninde dengeli bir şekilde atamayı sağlar. Başka bir deyişle görev zamanlarını istasyonlara dengeli olarak dağıtır.

Görev Atama Kısıtları:

Uyumlu görev atama kısıtları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$y_i = y_j \quad \forall (i, j) \in LT \quad (17)$$

Uyumsuz görev atama kısıtları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$y_i \neq y_j \quad \forall (i, j) \in IT \quad (18)$$

Böylece tüm görev atama kısıtları kolayca tanımlanabilmektedir. Örneğin $y_1 = y_4$ kısıtı, görev bir ve görev dördün aynı istasyona atanmasını sağlayan uyumlu kısıtın ifade edilmesidir. Benzer şekilde, uyumsuz görev çiftlerine örnek olarak $y_6 \neq y_7$ kısıtı görev altı ve görev yedinin aynı istasyonlara atanmamasını sağlayacaktır.

Kaynak Kısıtları: Çevrim zamanı kısıtına benzer bir şekilde aşağıdaki formülasyon ile tanımlanmıştır.

$$\sum_{i \in T | (y_i = k)} u_{ir} \leq A_r \quad r \in R, \forall k \in W \quad (19)$$

Eğer görev i istasyon k 'ya atandı ise kullanılması gereken kaynak kısıtı aktif olacaktır. Bu durum ($y_i = k$) mantıksal ifadesi ile sağlanmıştır. Daha sonra aktif olan kısıt görevin kullanacağı kaynak miktarını A_r ile sınırlandıracaktır.

5 Sayısal sonuçlar ve tartışma

Bu bölümde önerilen modelin performansı literatürdeki problem örnekleri kullanılarak Scholl ve diğ. [32] tarafından önerilen dal-sınır algoritması ve karışık tamsayı matematiksel model ile karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Problem setleri Scholl ve diğ. [32]'den alınmıştır. Her bir problem seti 8 ile 297 arasında görev sayısı içeren 269 örnekten oluşmaktadır. Örneklerde uyumlu, uyumsuz ve kaynak kısıtları dikkate alınmıştır. Scholl ve diğ. [32] çalışması incelendiğinde bu atama kısıtlarının aşağıdaki şekilde üretildiği görülmektedir.

$ R $:	Kaynak kısıtları; $ R \in \{0, 1, 2, 3\}$
LR	:	Uyumlu görev çiftlerinin oranı (%) $LR \in \{0, 2, 5, 7, 10, 20\}$
IR	:	Uyumsuz görev çiftlerinin oranı (%) $IR \in \{0, 2, 5, 7, 10, 20\}$

Problem örneklerindeki her bir ($|R|, LR, IR$) seti için yukarıda anlatıldığı gibi 269 problem üretilmiştir. Üretilen problemlerde optimal çözümün ve uygun çözümün varlığı korunmuştur. Bu durumu sağlamak için atama kısıtlarında parametrik ayarlamalar yapılmıştır. Kaynak kısıtlarında her bir kaynağın kapasitesi $A_r = 100$ olarak belirlenmiştir. Her bir görevin kaynak ihtiyacı u_{ir} , $[0, A_r]$ arasında düzgün dağılıma göre

rastgele belirlenmiştir. Uyumlu görev çiftleri yukarıda verilen LR olasılığına uygun düzgün dağılım ile rastgele üretilmiştir. Benzer şekilde uyumsuz görev çiftlerinin verilen IR olasılığı ile rastgele düzgün dağılıma göre farklı istasyonlara atanması sağlanmıştır.

Yukarıda verilen parametre değerleri ve atama kısıtlarının üretilmesi ile problem setleri oluşturulmuştur. Bu atama kısıtlarının çeşitli kombinasyonlarından oluşan 34 adet problem seti üretilmiştir. Her bir problem örneğinde de 269 adet örnek olduğu düşünüldüğünde toplamda 9146 adet problem örneği test edilmek için kullanılmıştır. Bu problem setlerine erişmek için <https://assembly-line-balancing.de/aralbp/> web adresi kullanılabilir.

Problemin çözümü için ticari çözümlerden faydalanılmıştır. Matematiksel modelin çözümü için IBM ILOG CPLEX çözücüsü, KP modeli için ise IBM ILOG CP Optimizer çözücüsü kullanılmıştır. Modelleme açısından IBM ILOG 12.10 zengin bir programlama diline ve pratik tercihlere sahip olduğu için tercih edilmiştir [41]. Problem örnekleri Intel Core i5 2.3 GHz işlemci ve 4 GB belleğe sahip kişisel bilgisayar kullanılarak çözülmüştür. Her bir örnek KP ve KTP modellerinde çözüm zamanı 1000 saniye ile sınırlandırılarak değerlendirilmiştir. Sayısal deneylerde performans parametresi olarak aşağıdaki ölçütler dikkate alınmıştır.

#kesin-opt	269 problem örneği için de kesin optimal sonuca ulaşılan örnek sayısı
#opt	Bulunan optimal çözüm sayısı (verilen çözüm zamanı sınırı içerisinde optimal çözüme ulaşılmış ama tam olarak ispat edilemeyen örnekler)
#iyi	Verilen çözüm zamanı içerisinde optimal çözüme ulaşılamayan ancak kabul edilebilir bir iyi çözüm elde edilen örnek sayısı
gör. fark	Bilinen optimal çözümden, bulunan çözümün ortalama görece farkı $\left(\frac{(m - opt)}{m} * 100\right)$
top. zaman	Problem seti için toplam ortalama çözüm zamanı $\left(\frac{\sum_{i=1}^{269} cz_i}{269}\right)$, cz_i i'nci problemin çalışma zamanı olmak üzere

Toplam/Ortalama, ilgili performans ölçütünün toplam veya ortalama değerini gösterir.

Yüzde, ulaşılan çözüm sayısının toplam problem örneği içerisindeki yüzdeleri oranıdır.

Tablo 2'de her bir modelin yukarıda verilen performans ölçütlerine göre sonuçları raporlanmıştır. Önerilen KP modelinin KTP ve ABSALOM sonuçları ile karşılaştırmalı olarak performans sonuçları değerlendirilecektir. Tabloda KP'nin ABSALOM yaklaşımına göre daha iyi performans gösterdiği problem setleri gri renkte dolgu ile KTP modeline üstün olduğu problem setleri ise koyu renk ile vurgulanmıştır.

KP, optimal çözüme kesin ulaşılan problem seti sayısı açısından değerlendirildiğinde, yedi problem setinde KTP modelinden daha iyi performans gösterirken bir problem setinde ise eşit performans göstermiştir. KP kesin optimal çözüme ulaşma açısından ABSALOM yaklaşımına hiçbir problem setinde üstünlük gösterememiştir. BMHDP'ye birden fazla atama kısıtı (tek kaynak ve çoklu kaynak kısıtları veya 26-33 arası problem setleri) eklenen MHDP'nin çözümünde KP'nin performans sadece kaynak, sadece uyumlu ve sadece uyumsuz atama kısıtlarının eklenmesi ile elde edilen performansından daha

iyidir. Özellikle çoklu kaynak kısıtlarının kullanıldığı problem setleri (26-33 numaralı problem setleri) için KP'nin, KTP'den daha çok kesin optimal çözüme ulaştığı görülmektedir. Genel olarak toplam problem örneği sayısı (9146 adet) içerisinde KP %56.67 (5183 adet), KTP %66.63 (6094 adet) ve ABSALOM %84.92 (7767 adet) oranında kesin optimal çözüme ulaşmıştır. Sonuçlar ABSALOM'un kesin optimale ulaşma açısından en iyi performansa sahip olduğunu gösterse de, KP'nin daha uzun çalışma zamanı ve çoklu atama kısıtlı problemler için kesin optimale ulaşmada etkili olacağını da göstermektedir.

Sayısal sonuçlar incelendiğinde KP'nin üstünlüğünün bilinen optimal çözüme ulaşmada çok daha belirgin olduğu görülmektedir. KP, 10 problem setinde optimal çözüme ulaşılan problem örneği sayısında ABSALOM yaklaşımından daha iyi performans göstermiştir. Bunun yanı sıra KP, KTP modelinden 32 problem setinde optimal çözüme ulaşma sayısı olarak daha üstün performans göstermiştir. KP, tüm kaynak kısıtlı problem tipleri için KTP'den daha iyi performans gösterirken ABSALOM'a karşı çoklu kaynak kısıtlarında bir başka deyişle birden çok atama kısıtının olduğu problem tipi örneklerinde daha üstün görülmektedir. Toplam problem örneği sayısı içerisinde KP %81.16 (7423 adet), KTP %73.93 (6762 adet) ve ABSALOM %86.49 (7910 adet) oranında optimal çözüme ulaşmıştır. Optimal çözüme ulaşım açısından sonuçlar incelendiğinde KP'nin özellikle KTP modeline göre oldukça yüksek bir performans gösterdiği görülmektedir. ABSALOM ile KP arasındaki çözüm sayısı oranı ise görece olarak %5 oranında ve iyileştirilebilir bir oran olarak görülmektedir.

İyi çözüme ulaşma açısından modeller karşılaştırıldığında KP'nin 21 problem setinde KTP'den daha iyi sonuç ürettiği görülmektedir. Scholl ve diğ. [32] çalışmasında ABSALOM için iyi çözüme ulaşılan problem sayısını rapor etmediği için önerdikleri yaklaşımın performansını kıyaslamamız mümkün olmamıştır. KP tüm problem örnekleri içinde %18.55 (1697 adet) problem örneğinde iyi çözüme ulaşırken, KTP %17.37 (1589 adet) oranında problem örneğinde iyi çözüm elde etmiştir. Genel olarak KP ve KTP'nin iyi çözüme ulaşmada benzer performans gösterdiği görülmektedir.

Sonuçlar ulaşılan çözümlerin bilinen en küçük istasyon sayısından ortalama görece farkları açısından değerlendirildiğinde, KP'nin ortalama 0.69, KTP'nin ortalama 0.80 ve ABSALOM'un ortalama 1.07 fark ile optimal çözüme ulaştığı görülmektedir. Bu açıdan KP optimal çözüme en yakın çözüm üreten yöntemdir denilebilir. KP'nin 20 problem setinde ABSALOM'dan ve 19 problem setinde ise KTP'den daha üstün performans gösterdiği görülmektedir. KP, ABSALOM'a tek kaynak kısıtları ve çoklu kaynak kısıtlarının yer aldığı problem tiplerinde daha belirgin bir şekilde üstünlük sağlamıştır. Benzer bir durum KP'nin KTP'ye karşı üstünlüğünde de görülmektedir.

Toplam ortalama çözüm zamanı açısından çözüm yaklaşımları değerlendirildiğinde, KP'nin ortalama 451.16 saniye ile en uzun çözüm zamanı ile çalıştığı görülmektedir. Bunun yanı sıra KTP için ortalama 309.29 saniye ve ABSALOM için ortalama 79.93 saniye çözüm zamanı rapor edilmiştir. Çözüm zamanı açısından ABSALOM'un en iyi performansı göstermesi beklenen bir durumdur. ABSALOM çözüm zamanı etkinliği açısından birçok algoritmik geliştirme içerirken KP ve KTP çözümlerinde yazılımda yer alan varsayılan çözüm yaklaşımı ile çözüme gitmektedir. Bu varsayılan yaklaşımlar ise probleme özgü herhangi bir geliştirme içermemektedir.

Tablo 2. Karşılaştırmalı model sonuçları.
Table 2. Comparative model results.

No	Problem tipi	KP							KTP					ABSALOM				
		R	LR	IR	#kesin- opt	#opt	#iyi	gör. fark (%)	top. zaman	#kesin- opt	#opt	#iyi	gör. fark (%)	top. zaman	#kesin- opt	#opt	gör. fark (%)	top. zaman
0	BMHDP-1	0	0	0	118	220	49	0.57	571.20	177	222	47	0.51	382.48	254	263	0.05	30.80
1	Sadece kaynak kısıtları	1	0	0	144	213	52	0.67	474.14	185	207	56	0.77	354.76	225	230	0.81	85.20
2		2	0	0	149	204	54	0.91	442.25	168	181	75	1.49	378.70	200	203	2.03	133.21
3		3	0	0	151	197	70	1.19	448.09	165	177	68	1.65	326.26	201	203	2.78	130.36
4	Sadece uyumlu kısıtlar	0	2	0	123	218	51	0.6	562.48	186	217	35	0.40	300.61	250	258	0.09	37.74
5		0	5	0	126	217	52	0.62	542.10	193	211	38	0.44	297.47	252	258	0.10	35.43
6		0	7	0	128	215	54	0.64	536.67	171	204	42	0.59	392.15	248	255	0.12	40.15
7		0	10	0	143	223	46	0.47	485.03	192	214	41	0.38	268.35	247	253	0.16	44.78
8		0	20	0	184	237	32	0.32	338.85	218	231	30	0.29	187.64	250	255	0.14	35.90
9	Sadece uyumsuz kısıtlar	0	0	2	120	218	51	0.6	561.70	167	215	54	0.72	421.87	255	262	0.22	30.41
10		0	0	5	120	217	52	0.64	560.55	169	214	55	0.45	354.82	250	257	0.41	39.82
11		0	0	7	119	217	52	0.64	564.20	166	208	58	0.76	413.15	247	254	0.44	46.86
12		0	0	10	121	214	55	0.67	560.28	163	205	41	0.55	365.41	239	246	0.76	64.44
13		0	0	20	130	213	56	0.7	528.63	196	156	44	0.68	421.68	224	231	1.37	88.42
14	Uyumlu ve uyumsuz kısıtlar	0	5	5	130	216	53	0.61	525.82	179	212	34	0.43	299.68	245	251	0.22	49.68
15		0	5	10	137	216	53	0.6	503.21	176	209	34	0.40	303.79	243	249	0.28	51.28
16		0	10	5	149	221	48	0.52	462.98	188	216	34	0.39	287.99	248	254	0.14	43.82
17		0	10	10	165	230	39	0.385	409.43	179	207	37	0.53	281.59	239	245	0.25	60.76
18	Tek kaynak kısıtları	1	0	5	146	207	62	0.83	481.91	167	188	70	1.40	378.92	214	217	1.17	107.52
19		1	5	0	154	215	54	0.72	450.57	193	210	40	0.53	261.65	228	232	0.71	82.58
20		1	5	5	164	219	50	0.57	410.83	176	198	48	0.77	311.94	224	226	0.74	88.44
21		1	0	10	146	204	65	0.93	467.24	161	179	64	1.20	357.21	204	207	1.67	123.51
22		1	10	0	177	231	38	0.43	368.75	218	201	36	0.50	248.02	230	234	0.59	78.54
23		1	5	10	174	227	42	0.51	383.27	171	191	50	0.94	306.73	218	220	0.92	100.08
24		1	10	5	185	234	35	0.4	338.78	189	210	42	0.78	291.62	226	229	0.75	82.68
25		1	10	10	187	234	35	0.42	329.33	183	199	44	0.88	265.64	226	228	0.79	83.04
26	Çoklu kaynak kısıtları	3	0	5	151	193	76	1.63	454.19	159	167	52	1.61	312.67	197	198	3.16	139.89
27		3	5	0	162	211	57	0.92	422.07	175	185	52	1.17	257.18	207	208	2.24	120.83
28		3	5	5	173	220	47	0.83	381.14	173	185	46	1.15	265.65	214	214	2.19	107.85
29		3	0	10	157	196	73	1.65	442.13	183	199	44	0.88	265.64	194	196	3.38	143.30
30		3	10	0	185	229	40	0.62	343.66	173	185	46	1.15	265.65	217	219	1.82	99.91
31		3	5	10	179	225	41	0.74	356.70	171	179	41	0.93	224.36	218	220	1.83	99.58
32		3	10	5	192	235	33	0.52	322.24	189	199	42	0.97	242.88	213	213	2.14	113.31
33		3	10	10	194	237	30	0.46	309.10	175	181	49	1.05	221.83	220	222	1.79	97.38
34	Toplam/Ortalama				5183	7423	1697	0.69	451.16	6094	6762	1589	0.80	306.78	7767	7910	1.07	79.93
	Yüzde				56.67	81.16	18.55			66.63	73.93	17.37			84.92	86.49		

Sayısal sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde KP'nin toplam problem örneği sayısı içerisinde %99.71 (9120 adet), KTP'nin %91.31 (8351 adet) ve ABSALOM'un -iyi çözüm sayısı rapor edilmemekle beraber- %86.49 (7910 adet) probleme (optimal veya iyi bir) çözüm ürettiği görülmektedir. Bu durum KP'nin AKMHDP için etkin ve umut vadeci bir çözüm yöntemi olduğunu göstermektedir. KP modelinin basit MHDP

problemlerinin çözümündeki performansı için Bukchin ve Raviv [42] de benzer sonuçlar elde etmiştir.

Scholl ve diğ. [32] çalışması incelendiğinde ABSALOM'un çözüm kalitesini artıracak öncelik ilişkilerine uygulanan bir önilem prosedürü, etkin bir dal-sınır algoritması ve birçok baskınlık kuralı kullanılmıştır. Keza Scholl ve diğ. [32] KP'yi çözüm yaklaşımında karar değişkeni için alt sınır tespitinde

kombinatoriyal optimizasyon ile birlikte kullanılmışlardır. KP modeli çözüm zamanı sınırının artırılması ve KP çözüm üretim algoritmasında yapılacak değişiklikler ile geliştirilebilir bir modelleme tekniğidir. KP kısıt türetme ve çözüm kümesi azaltma algoritmalarının probleme özgü algoritmalar veya sezgisel algoritmalar eklenerek geliştirilmesine imkân sağlayan bir yapıya sahiptir [45]. Bu açıdan KP modelinin çözüm sürecinde yapılacak küçük geliştirmeler ile daha hızlı ve etkin çözüm üretmesi sağlanabilir.

6 Sonuç

Bu çalışmada atama kısıtlı montaj hattı dengeleme problemi için kolay ve etkin bir modelleme tekniği olan kısıt programlama modeli önerilmiştir. Modelde şu atama kısıtları dikkate alınmıştır: uyumlu görev çiftleri, uyumsuz görev çiftleri ve kaynak kısıtları. Modelin amaç fonksiyonu verilen bir çevrim zamanı için istasyon sayısı en küçüklemesidir. MHDP'nin çözümü için geliştirilen KP, çizelgeleme ve atama problemleri gibi birçok kombinatoriyal problemin de çözümü için kullanılmıştır. Ancak literatürde MHDP'nin çözümü için KP'nin çok nadir kullanıldığı görülmektedir. Geliştirilen KP modeli KTP ve ABSALOM yaklaşımı ile çözüm performansı açısından karşılaştırılmıştır. Performans ölçütü olarak ulaşılan optimal çözüm sayıları, iyi çözüm sayıları, optimal çözümden görece fark ve ortalama toplam zaman gibi ölçütler dikkate alınmıştır. Performans değerlendirmesinde her biri 269 problem örneği içeren toplam 34 problem seti kullanılmıştır (toplam 9146 örnek).

Karşılaştırmalı performans değerlendirmesi sonuçlarına göre, KP birçok problem setinde KTP'ye göre dikkate değer bir üstünlük gösterirken ABSALOM yaklaşımı karşısında bazı problem setleri için üstünlük göstermektedir. KP'nin performansı için elde edilen genel sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Atama kısıtı sayısı arttıkça KP'nin performansı artmaktadır. KP hem KTP hem ABSALOM üzerinde genellikle tekli ve çoklu kaynak kısıtları içeren problem setlerinde yani modele eklenen atama kısıtı çeşidi arttıkça KP'nin performansı da artmıştır,
- KP optimal çözüme ulaşma açısından etkin bir yöntemdir. Her ne kadar ALBP çözümünde ABSALOM çok üstün bir yaklaşım olarak görülse de KP problem için makul zamanlarda gerek optimal gerekse kabul edilebilir bir çözüm üretebilmektedir,
- KP optimal çözüme görece fark açısından iyi bir performans göstermektedir. KP çözücüsü karar değişkenlerinin çözüm kümesini azaltma algoritması olarak geliştirilmiş prosedürler kullanmaktadır. Bu durum amaç fonksiyonunun optimale çok yakın değerlere hızlı ve etkili bir şekilde ulaşmasını sağlayabilmektedir,
- KP geliştirilebilir bir çözüm yöntemi olarak MHDP çözümünde etkin, verimli ve alternatif bir çözüm yöntemidir.

Gelecek çalışmalara şu problem tipleri örnek olarak verilebilir: u-tipi, paralel tip ve çift- taraflı MHDP. Ayrıca yöntem çevrim zamanı veya maliyet en küçüklemesi gibi farklı amaç fonksiyonlarını dikkate alan problemler için de geliştirilebilir. Stokastik ve dinamik görev zamanlı MHDP de dikkate değer gelecek çalışmalardır. Bunların yanı sıra KP'nin çözüm algoritmasının performansını artırmak amacıyla, MHDP çözümü için probleme özgü algoritmalar veya sezgisel

algoritmalar ile bütünleşik şekilde geliştirilmesi önemli bir gelecek çalışma olabilir.

7 Conclusion

In this study, the constraint programming model, an easy and effective modeling technique, is proposed for the assembly line balancing problem with assignment restrictions. The model considers the following assignment restrictions: linked task pairs, incompatible task pairs, and resource constraints. The objective function of the model is the minimum number of stations for a given cycle time. CP, developed for solving the ALBP, has been also used to solve many combinatorial problems such as scheduling and assignment problems. However, it is seen in the literature that CP is rarely used for solving the ALBP. The developed CP model has been compared with the MIP and ABSALOM approach in terms of solution performance. The reached number of optimal solutions, the number of best solutions, the relative gap from optimal solutions, and mean total solution time are taken into account as performance measurements. A total of 34 problem sets, each containing 269 problem examples, are used in the performance evaluation (i.e., 9146 samples in total).

According to the comparative performance evaluation results, while CP shows a remarkable performance over MIP in many problem sets, it is superior for some problem sets over the ABSALOM approach. General results obtained for CP's performance can be summarized as follows.

- As the number of assignment restrictions increases, CP's performance increases. CP shows superior performance on both MIP and ABSALOM in problem sets that generally contain single and multiple resource restrictions, that is, as the variety of assignment restrictions added to the model increased, the performance of CP also increased,
- CP is an effective method in terms of reaching the optimal solution. Although ABSALOM is seen as a superior approach to solve the ALBP, CP can produce an optimal or acceptable solution for the problem within reasonable times,
- CP performs well in terms of the relative gap to the optimal solution. CP solver uses developed procedures as a domain reduction algorithm for decision variables. This situation can enable the objective function to quickly and effectively reach values that are very close to the optimal solution,
- CP, as an improvable solution method, is an effective, efficient, and alternative solution method for solving ALBP.

The following problem types can be given as examples for future studies: u-type, parallel type, and two-sided ALBP. The method can also be developed for problems that take into account different objective functions, such as cycle time or cost minimization. The stochastic and dynamic task-time ALBP are also notable future studies. Furthermore, to increase the performance of the solution algorithm of CP, it may be an important future work to develop the ALBP solution in integration with problem-specific algorithms or heuristic algorithms.

8 Yazar katkı beyanı

Gerçekleştirilen çalışmada Mehmet PINARBAŞI fikrin oluşması, tasarımın yapılması, problemin tanımı ve modellenmesi, sayısal sonuçların elde edilmesi ve yorumlanması, yazım denetimi ve içerik; Hacı Mehmet ALAKAŞ literatür taraması, elde edilen sonuçların değerlendirilmesi, içerik yazımı ve yazım denetimi açısından makalenin kontrol edilmesi başlıklarında katkı sunmuşlardır.

9 Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur.

Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

10 Kaynaklar

- [1] Salveson ME. "The assembly line balancing problem". *Journal of Industrial Engineering*, 6(1), 18-25, 1955.
- [2] Bowman EH. "Assembly-line balancing by linear programming". *Operations Research*, 8(3), 385-389, 1960.
- [3] Küçükkoç İ. "A nondominated sorting ant colony optimization algorithm for complex assembly line balancing problem incorporating incompatible task sets". *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 24(1), 141-152, 2018.
- [4] Purnomo HD, Wee HM, Rau H. "Two-sided assembly lines balancing with assignment restrictions". *Mathematical and Computer Modelling*, 57(1/2), 189-199, 2013.
- [5] Tuncel G, Topaloğlu S. "Assembly line balancing with positional constraints task assignment restrictions and station paralleling: A case in an electronics company". *Computers & Industrial Engineering*, 64(2), 602-609, 2013.
- [6] Boysen N, Fliedner M. "A versatile algorithm for assembly line balancing". *European Journal of Operational Research*, 184(1), 39-56, 2008.
- [7] Liu CM, Chen CH. "Multi-section electronic assembly line balancing problems: A case study". *Production Planning & Control*, 13(5), 451-461, 2002.
- [8] Gadidov R, Wilhelm W. "A cutting plane approach for the single-product assembly system design problem". *International Journal of Production Research*, 38(8), 1731-1754, 2000.
- [9] Lapierre SD, Ruiz A, Soriano P. "Balancing assembly lines with tabu search". *European Journal of Operational Research*, 168(3), 826-837, 2006.
- [10] Pastor R, Corominas A. "Assembly line balancing with incompatibilities and bounded workstation loads". *Ricerca Operativa*, 30(1), 23-45, 2000.
- [11] Agpak K, Gökçen H. "Assembly line balancing: two resource constrained cases". *International Journal of Production Economics*, 96(1), 129-140, 2005.
- [12] Deckro RF. "Balancing cycle time and workstations". *IIE Transactions*, 21(2), 106-111, 1989.
- [13] Corominas A, Ferrer L, Pastor R. "Assembly line balancing: general resource-constrained case". *International Journal of Production Research*, 49(12), 3527-3542, 2011.
- [14] Sawik T. "Monolithic vs. hierarchical balancing and scheduling of a flexible assembly line". *European Journal of Operational Research*, 143(1), 115-124, 2002.
- [15] Wilhelm WE, Gadidov R. "A branch-and-cut approach for a generic multiple-product assembly-system design problem". *INFORMS Journal on Computing*, 16(1), 39-55, 2004.
- [16] Sikora CGS, Lopes TC, Magatã L. "Traveling worker assembly line (re)balancing problem: model reduction techniques and real case studies". *European Journal of Operational Research*, 259(3), 949-971, 2017.
- [17] Miralles C. "Solving procedures for the assembly line worker assignment and balancing problem: application to sheltered work centres for disabled". *XI Escuela Latinoamericana de Verano en Investigacion de Operaciones*, Villa de Leyva, Colombia, 5-8 June 2005.
- [18] Bautista J, Suárez R, Mateo M, Companys R. "Local search heuristics for the assembly line balancing problem with incompatibilities between tasks". *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, USA, 24-28 April 2000.
- [19] Carnahan BJ, Norman BA, Redfern MS. "Incorporating physical demand criteria into assembly line balancing". *IIE Transactions*, 33(10), 875-887, 2001.
- [20] Kim YK, Kim Y, Kim YJ. "Two-sided assembly line balancing: a genetic algorithm approach". *Production Planning & Control*, 11(1), 44-53, 2000.
- [21] Quyen NTP, Chen JC, Yang CL. "Hybrid genetic algorithm to solve resource constrained assembly line balancing problem in footwear manufacturing". *Soft Computing*, 21(21), 6279-6295, 2017.
- [22] Rekiek B, De Lit P, Delchambre A. "Hybrid assembly line design and user's preferences". *International Journal of Production Research*, 40(5), 1095-1111, 2002.
- [23] Rekiek B, De Lit P, Pellichero F, L'eglise T, Fouda P, Falkenauer E, Delchambre A. "A multiple objective grouping genetic algorithm for assembly line design". *Journal of Intelligent Manufacturing*, 12(5/6), 467-485, 2001.
- [24] Bautista J, Pereira J. "Ant algorithms for assembly line balancing". *International Workshop on ant Algorithms*, Brussels, Belgium, 12-14 September, 2002.
- [25] Bautista J, Pereira J. "Ant algorithms for a time and space constrained assembly line balancing problem". *European Journal of Operational Research*, 177(3), 2016-2032, 2007.
- [26] Vilarinho PM, Simaria AS. "Antbal: an ant colony optimization algorithm for balancing mixed model assembly lines with parallel workstations". *International Journal of Production Research*, 44(2), 291-303, 2006.
- [27] Pastor R, Andres C, Duran A, Perez M. "Tabu search algorithms for an industrial multi-product and multi-objective assembly line balancing problem with reduction of the task dispersion". *Journal of the Operational Research Society*, 53(12), 1317-1323, 2002.
- [28] Dong J, Zhang L, Xiao T. "A hybrid PSO/SA algorithm for bi-criteria stochastic line balancing with flexible task times and zoning constraints". *Journal of Intelligent Manufacturing*, 29(4), 737-751, 2018.
- [29] Vilarinho PM, Simaria AS. "A two-stage heuristic method for balancing mixed-model assembly lines with parallel workstations". *International Journal of Production Research*, 40(6), 1405-1420, 2002.
- [30] Lapierre S, Ruiz A. "Balancing assembly lines: An industrial case study". *Journal of the Operational Research Society*, 55(6), 589-597, 2004.
- [31] Lee TO, Kim Y, Kim YK. "Two-sided assembly line balancing to maximize work relatedness and slackness". *Computers & Industrial Engineering*, 40(3), 273-292, 2001.
- [32] Scholl A, Fliedner M, Boysen N. "Absalom: balancing assembly lines with assignment restrictions". *European Journal of Operational Research*, 200(3), 688-701, 2010.

- [32] Bockmayr A, Pizaruk N. "Solving assembly line balancing problems by combining IP and CP". *6th Annual Workshop of ERCIM Working Group on Constraints, ERCIM*, Prague, Czech Republic, 1-4 June 2001.
- [33] Del Valle C, Marquez AA, Gasca RM, Toro M. "On selecting and scheduling assembly plans using constraint programming". *International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, Oxford, UK, 3-5 September 2003.
- [34] Pastor R, Ferrer L, García A. *Evaluating Optimization Models to Solve SALBP*. Editors: Gervasi O, Gavrilova ML. Proceeding of international Conference on Computational Science and its Applications ICCSA, 791-803, Berlin, Heidel-Berg, Germany, Springer, 2007.
- [35] Topaloglu S, Salum L, Supciller AA. "Rule-based modelling and constraint programming based solution of the assembly line balancing problem". *Expert Systems with Applications*, 39(3), 3484-3493, 2012.
- [36] Alağaç HM, Yüzükırmızı M, Türker AK. "Balancing stochastic assembly lines using constraint programming and closed queueing networks". *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 28(2), 231-240, 2013.
- [37] Pınarbaşı M, Yüzükırmızı M, Toklu B. "Variability modelling and balancing of stochastic assembly lines". *International Journal of Production Research*, 54(19), 5761-5782, 2016.
- [38] Öztürk C, Tunalı S, Hnich B, Örnek MA. "Balancing and scheduling of flexible mixed model assembly lines". *Constraints*, 18(3), 434-469, 2013.
- [39] Öztürk C, Tunalı S, Hnich B, Örnek A. "Cyclic scheduling of flexible mixed model assembly lines with parallel stations". *Journal of Manufacturing Systems*, 36(1), 147-158, 2015.
- [40] Alağaç HM, Pınarbaşı M, Yüzükırmızı M, Toklu B. "Karma modellenli tip-2 montaj hattı dengeleme problemi için bir kısıt programlama modeli". *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 22(4), 340-348, 2016.
- [41] Bukchin Y, Raviv T. "Constraint programming for solving various assembly line balancing problems". *Omega*, 78(1), 57-68, 2018.
- [42] Pınarbaşı M, Alakaş HM, Yüzükırmızı M. "A constraint programming approach to type-2 assembly line balancing problem with assignment restrictions". *Assembly Automation*, 39(5), 813-826, 2019.
- [43] Gamberini R, Grassi A, Rimini B. "A new multi-objective heuristic algorithm for solving the stochastic assembly line re-balancing problem". *International Journal of Production Economics*, 100(2), 226-243, 2006.
- [44] Apt KR. *Principles of Constraint Programming*. 1st ed. New York, USA, Cambridge University Press, 2003.